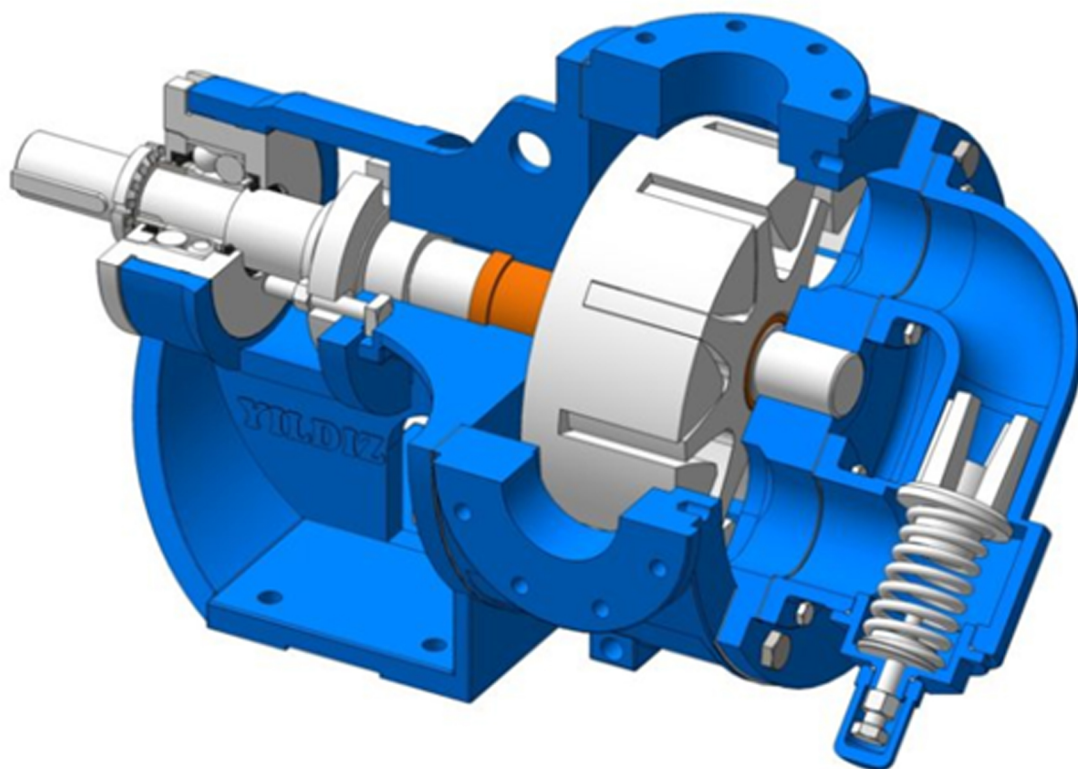


**UNIVERSITATEA „DUNĂREA DE JOS”
GALAȚI**

**Cristian MUNTENIȚĂ
Carmelia Mariana DRAGOMIR BĂLĂNICĂ
Geanina Marcela PODARU**

ELEMENTE DE INGINERIE MECANICĂ



NOTE DE CURS



**EDITURA FUNDAȚIEI UNIVERSITARE
„Dunărea de Jos” Galați - 2019
ISBN 978-973-627-626-2**

UNIVERSITATEA DUNĂREA DE JOS GALAȚI

Editura Fundației Universitare „Dunărea de Jos”
din Galați

este acreditată de CNCSIS

Referent științific: Conf. dr. ing. Sorin CIORTAN

©Editura Fundației Universitare
“Dunărea de Jos”, Galați, 2019
Director, prof. dr. emerit Cosma Tudose

www.editura.ugal.ro
editura@ugal.ro

ISBN 978-973-627-626-2

Cuvânt înainte

Autorii au încercat să elaboreze o lucrare, în care să fie prezentate noțiunile elementare, dar fundamentale din domeniul ingineriei mecanice, pentru deschiderea și formarea orizontului tehnic interdisciplinar al viitorului specialist în domeniul mecanicii.

Tratarea noțiunilor permite înțelegerea funcționării oricărei mașini sau agregat, analizându-se structura acestora, solicitările și fenomenele care apar în elementele și cuplele cinematice care formează ansamblul.

De asemenea sunt prezentate noțiuni privind funcționarea mașinilor și agregatelor în cadrul unui anumit proces tehnologic care implică probleme de conducere și automatizare a acestuia.

Prin conținutul său, cursul se adresează studenților de la specializarea inginerie mecanică și inginerie industrială, însă poate fi utilizat cu succes și de către alți studenți de la alte specializări.

Autorii,

CUPRINS

Capitolul 1 ELEMENTE INTRODUCTIVE	5
1.1. Noțiuni generale	5
1.2. Element cinematic, cuplă cinematică	5
1.3. Condiții generale de lucru a organelor de mașini	7
Capitolul 2 PRINCIPII DE CALCUL ALE INGINERIEI MECANICE	9
2.1. Sarcini exterioare	9
2.2. Eforturi interioare	9
2.3. Eforturi în secțiunile transversale ale barelor	12
2.4. Deformații	13
2.5. Solicitări simple	15
2.5.1. Întindere și compresiune	15
2.5.1.1. Încercarea materialelor și întindere – compresiune. Curba caracteristică	16
2.5.1.2. Rezistența admisibilă. Coeficient de siguranță	19
2.5.2. Solicitarea la încovoiere	21
2.5.2.1. Deformația barelor solicitate la încovoiere	23
2.5.3. Solicitări care provoacă tensiuni tangențiale	24
2.5.3.1. Forfecarea	24
2.5.3.2. Răsucirea	25
2.5.4. Relații de calcul la deformații	27
2.5.5. Solicitarea de contact	28
2.5.6. Solicitări variabile	31
2.5.6.1. Curbe de oboseală	33
2.5.6.1.1. Rezistența la durabilitate limitată	34
2.5.6.1.2. Diagramele rezistențelor la oboseală	34
2.5.6.1.3. Factori care influențează rezistența la oboseală	37
2.5.6.1.4. Calculul de rezistență la oboseală	38
2.5.6.1.5. Metodica de calcul la oboseală	40
2.6. Solicitări compuse	41
2.6.1. Cazuri de solicitări compuse	41
2.6.1.1. relații de calcul pentru tensiunea echivalentă	42
2.6.2. Solicitări cu tensiuni normale și tangențiale	43

Capitolul 3 FORȚE CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA ELEMENTELOR MAȘINILOR ȘI ORGANELOR DE MAȘINI	49
Capitolul 4 FRECARA ÎN CUPLE CINEMATICE	51
4.1. Fenomenul frecării	51
4.2. Frecarea în cuple de translație	52
4.3. Frecarea în cadrul contactului fix	54
4.3.1. Frecarea de pivotare în cazul suprafețelor plane	58
4.4. Frecarea în lagăre și articulații	59
4.5. Frecarea în cuple de translație pe suprafața cilindrică	61
4.6. Îmbinări cu strângere elastică care transmite forțe și momente prin frecarea realizată între suprafețele de contact	61
4.7. Frecarea în cuple cinematice cu element flexibile	64
4.7.1. Transmisii prin curele	64
4.7.2. Frâne	67
4.8. Frecarea în cupla superioară de rostogolire	68
4.8.1. Clasificarea rulmenților	69
4.8.2. Momentul de frecare în rulmenți	70
4.8.3. Distribuția încărcării pe corpurile de rostogolire	70
4.8.4. Tensiuni în rulmenți	72
4.8.5. Calculul de alegere a rulmenților	72
4.9. Frecarea în cuple superioare care formează angrenaje cu roți dințate	76
4.9.1. Elementele geometrice a roții cilindrice cu dinți drepecți	77
4.9.2. Legea fundamentală a angrenării	78
4.9.3. Curbe folosite pentru profilul roților dințate	79
4.9.4. Frecarea și alunecarea profilelor în cazul roților dințate	80
4.10. Starea de ungere și uzura în cuplele cinematice	81
4.10.1. Etape de uzură	82
4.10.2. Aspecte de uzură	83
4.10.3. Căile de reducere a uzurii	83
4.10.4. Ungerea. Modalități de formare a peliculei de lubrifiant	85
4.10.5. Condiții de bază ale formării regimului de ungere fluidă	86
Capitolul 5 DINAMICA MAȘINILOR	89
5.1. Bilanțul energetic al mecanismelor și mașinilor	89
5.2. Modele dinamice	90
5.3. Fazele mișcării mașinilor	91
5.4. Ecuația de mișcare a mașinii	93
5.4.1. Stabilitatea mișcării	97
5.5. Reglarea mișcării mecanismelor și a mașinilor	100
5.5.1. Variațiile periodice ale vitezei unghiulare	100
BIBLIOGRAFIE	107

CAPITOLUL 1

ELEMENTE INTRODUCTIVE

1.1. Noțiunile generale

Noțiunile generale care stau la baza disciplinei *Elemente de inginerie mecanică* sunt legate de definiții oferite mașinii, mecanismului, aparatului și elementelor din care sunt construite, precum:

- mașina reprezintă un sistem tehnic ale cărui elemente execută mișcări determinate în scopul realizării unui lucru mecanic util sau a transformării energiei dintr-o formă în alta; mașinile de pot clasifica astfel: mașini motoare, mașini transformatoare și mașini de lucru.

Mașinile motoare se clasifică la rândul lor în mașini primare, care transformă o formă de energie primară (ex: turbine, motoare eoliene, etc.), în lucru mecanic și mașini motoare secundare, care transformă o formă de energie prelucrată (ex: motoare electrice, motoare hidraulice, etc.), în lucru mecanic.

Mașini transformatoare numite și mașini generatoare, transformă energia mecanică într-un alt fel de energie (ex: generatoare electrice pneumatice, etc.).

Mașini de lucru utilizează energia mecanică de mișcare pentru efectuarea unui lucru mecanic util, legat de procesul de producție. Aceste mașini se clasifică astfel:

- mașini prelucrătoare, care execută lucru mecanic util de schimbare a formei, dimensiunilor și aspectul corpurilor (calandre, concasoare, mașini unelte, prese, etc.)
- mașini transportoare care execută lucrul mecanic util de schimbare a poziției corpurilor solide, lichide sau gazoase (transportoare cu bandă, transportoare elicoidale, elevatoare, pompe cu piston, etc.)

Agregatul reprezintă un grup format prin cuplarea unei mașini motoare cu una sau mai multe mașini de lucru. Legăturile cinematice dintre diferite mașini se realizează cu ajutorul transmisiilor mecanice sau a altor tipuri de transmisii electrice (hidraulice, pneumatice), în vederea determinării caracteristicilor exterioare mecanice ale mașinii motoare și trecerea la mașina de lucru.

Mecanismul reprezintă o parte componentă a mașinii ale cărui elemente au mișcări determinate și periodice, care spre deosebire de mașină, nu transformă energia, ci transmite și transformă mișcarea.

Aparatul are o bobinaj de mecanisme care are scop să efectueze relații funcționale determinate între diferite mărimi fizice.

Atât mașina cât și mecanismul sau aparatul se deosebesc printr-un scop, toate fiind alcătuite din elemente care pot fi calculate și proiectate separat, care sunt numite în continuare *organe de mașini*. Organele de mașini pot fi simple (dacă sunt alcătuite dintr-o singură piesă) sau compuse (care din motive constructive de montare, întreținere, transport, economic, sunt constituite din elemente care, asamblate între ele formează o unitate funcțională).

1.2. Element cinematic, cuplă cinematică

Mecanismul este alcătuit din mai multe părți componente care pot fi formate dintr-o piesă sau din mai multe piese legate rigid între ele. *Elementul cinematic* reprezintă corpul solid cu deformații neglijabile care, legat în continuare cu alte elemente prin intermediul cuplelor cinematice care permit transmiterea mișcării și a forței. Noțiunea de *element cinematic* nu este

similară cu cea de *organ de mașină*, care se referă la studiul pieselor de mașini și mecanisme din punct de vedere al rezistenței, formei constructive și tehnologice. Elementul cinematic nu coincide totdeauna cu organul de mașină. Astfel, roata dințată împreună cu pana de arbore (organe de mașini distincte, constituie un singur element cinematic). Uneori chiar cupla poartă numele de pereche de corpuri. O singură zonă de contact nu poate forma o cuplă (legătură) dar poate fi numită prin extindere, semi-cuplă sau cuplă posibilă, cuplă potențială, care devine cuplă propriu-zisă la adăugarea celeilalte zone de contact.

Se numesc *cuple superioare* cuplele cu contact punctual sau liniar deoarece mecanismele cu astfel de cuple pot realiza orice legi de mișcare cu formele zonelor de contact. Au însă o presiune de contact teoretic infinită. Practic corpurile se deformează, realizează o suprafață de contact mică, iar presiunea devine finită, dar rămâne cu valori foarte mari. Uzura zonei de contact este mare. Realizarea zonelor de contact este costisitoare.

Pe de altă parte se numesc *cuple inferioare* acele cuple care au contact pe o suprafață. Mecanismele care au astfel de cuple nu pot realiza orice lege de mișcare ci numai în mod aproximativ. Desigur există și legi compatibile acestor cuple pe care le realizează exact. Se poate proiecta suprafața de contact a acestor cuple, astfel încât presiunea dintre corpuri să rămână la valori inferioare presiunii admisibile. Uzura zonelor de contact este mai redusă iar confecționarea lor este mai simplă.

Forma geometrică a zonei de contact (suprafață, linie, punct) determină felul mișcării relative care poate fi rotație, translație compusă. În general numărul de restricții notat în continuare cu "k" sau numărul condițiilor de legătură este egal cu numărul gradelor de libertate suprimate și depinde de natura cuplei cinematice în care se leagă elementele respective.

Acest număr poate fi mai mare decât cinci și mai mic decât unu. Din punct de vedere cinematic cuplele pot fi plane, mișcările relative ale elementelor componente au loc în plan sau în plane paralele și spațiale, dacă permit elementelor componente mișcării în spațiu.

După criteriul constructiv, cuplele pot fi închise, când contactul dintre elemente se realizează printr-o ghidare permanentă și deschise când contactul dintre elemente trebuie asigurat printr-o forță exterioară. Relația dintre numărul de mișcări și numărul de restricții $f + k = 6$, pentru cuplele spațiale admite următoarele soluții în numere întregi, pozitive: $f=0, k=6$; $f=1, k=5$; $f=2, k=4$; $f=3, k=3$; $f=4, k=2$; $f=5, k=1$; $f=6, k=0$. Prima soluție reprezintă o legătură rigidă sau o îmbinare, ceea ce din punct de vedere cinematic formează un singur element.

Îmbinarea este o legătură între două piese care exclude libertatea de mișcare relativă între ele, realizată în scopul transmiterii forțelor și momentelor. Ea poate fi **nedemontabilă** și nu permite desfacerea pieselor îmbinate decât prin distrugerea îmbinării realizându-se prin sudare, lipire, nituire, etc. și **demontabile**, care permite desfacerea pieselor îmbinate, realizându-se prin caneluri, pene, șuruburi, etc.

Ultima soluție arată că cele două corpuri nu au nici o legătură între ele și se mișcă independent. În plan soluțiile în numere întregi pozitive ale relației $f + k = 3$ sunt $f=0, k=3$; $f=2, k=2$; $f=2, k=1$; $f=3, k=0$.

Soluție $f=1, k=2$ are drept corespondențe fizice cupla de rotație sau articulația cilindrică și cupla de translație (prismatică). Cele două cuple sunt inferioare închise (figura 1.1.).

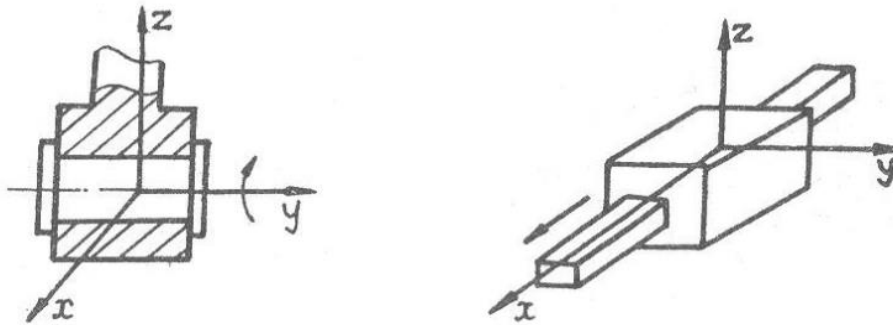


Figura 1.1.

Un caz particular al acestei soluții îl reprezintă cupla șurub piuliță (cuplă spațială) între mișcarea de translație și cea de rotație existând o dependență (figura 1.2.). Astfel spus și supra șurub piuliță suprimă cinci grade de libertate. Elementele cuplei de translație poartă denumiri specifice și anume glisieră (elementul fix) și patină (elementul mobil, realizându-se sub formă de ghidaje).

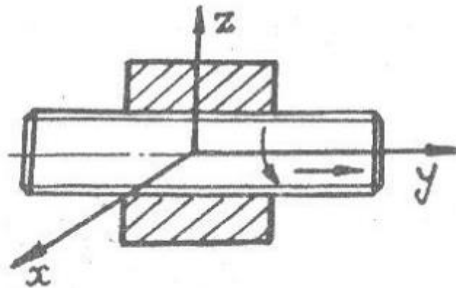


Figura 1.2.

De cele mai multe ori cuplele cinematice de rotație se realizează sub formă de lagăre cu alunecare și lagăre cu rostogolire (rulmenți). Soluția $f=2$, $k=1$ este redată geometric prin contactul profilelor a două plăci plane (figura 1.3.).

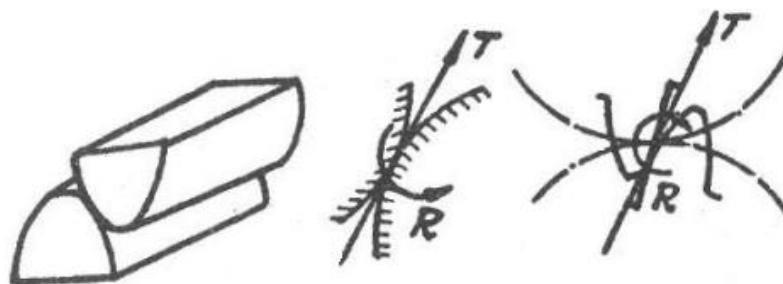


Figura 1.3.

Există o posibilitate de translație în lungul tangentei comune și o posibilitate de rotație R în jurul axei perpendiculare pe planul mișcării. Se întâlnește în cazul mecanismelor cu came și în cele cu roți dințate (angrenaje).

1.3. Condiții generale de lucru a organelor de mașini

Fiind elemente constitutive ale mașinilor și mecanismelor elementelor constitutive ale

mașinilor, mecanismelor și aparatelor le sunt cerute aceleași condiții ca și acestora însăși. Factorii principali care conferă produselor în general calități superioare îi reprezintă fiabilitatea și economicitatea.

Prin *fiabilitatea*, se înțelege capacitatea unui produs de a funcționa potrivit destinației pentru care a fost realizat și în condițiile specifice de utilizare o perioadă de timp bine determinată. Acesta se referă atât la un element singular din ansamblu cât și la întreg sistemul din care face parte elementul analizat. Aceasta fiind definită probabilistic este necesar de subliniat următoarele:

- fiabilitatea sistemului este întotdeauna mai mică decât cea a elementelor luate separat;
- cu cât numărul de elemente din sistem este mai mare, cu atât fiabilitatea lui este mai mică;

Căile principale de ridicare a fiabilității unui sistem sunt:

- realizarea produsului pe cât este posibil cu un număr cât mai mic de elemente simple din punct de vedere constructiv;
- folosirea rațională a materialelor de înaltă rezistență, legat de micșorarea greutateii și a gabaritului;
- adaptarea unor sisteme de ungere cât mai eficiente;
- folosirea unor elemente de siguranță în sistem care să protejeze celelalte piese în cazul apariției suprasarcinilor;
- folosirea pe scară largă a elementelor de standardizare.

Fiabilitatea este în strânsă legătură cu procesul de mentenanță (reparație), care constă în capacitatea produsului de a fi în stare de funcționare într-un timp cât mai scurt. Fiabilitatea și mentenanța, pot fi calculate, servesc și stabilirea parcului optim de echipamente, necesar programului de producție precum și evaluarea necesarului de piese de schimb.

Criteriul de economicitate este asigurat de scăderea cheltuielilor necesare realizării și exploatării produsului respectiv. Condițiile generale cerute organelor de mașini sunt legate de următoarele aspecte:

- îndeplinirea rolului funcțional;
- asigurarea siguranței în exploatare;
- realizarea fiabilității prescrise;
- asigurarea tehnologicității produsului;
- asigurarea eficienței economice;
- respectarea standardelor în vigoare;
- protecția și igiena muncii;
- ușurința transportului;
- estetica construcției mașinii.

$$p = \frac{dF}{dA} \text{ [N/m}^2\text{]}$$

Aceasta poate fi descompusă în două componente (figura 2.2.b):

- o componentă normală σ numită tensiunea normală care poate fi pozitivă sau negativă după cum are efect de întindere sau de compresiune;
- o componentă tangențială, tensiune tangențială τ care are un efort de forfecare în punctul considerat. Legătura dintre acestea tensiuni este:

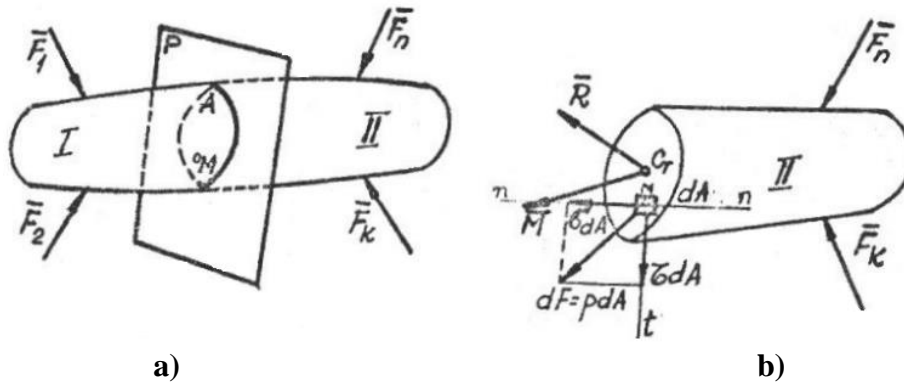


Figura 2.2.

Elementul de suprafață dA poate constitui fața unui element de volum. Sub acțiunea sarcinilor exterioare se vor dezvolta tensiuni normale și tangențiale pe fiecare suprafață a elementului de volum (figura 2.3.). Ansamblul acestor tensiuni determină starea de tensiune de dreptul punctului considerat. Indicii atribuiți tensiunilor normale (dacă laturile elementului sunt orientate în lungul axelor unui sistem tri-ortogonal) arată axa cu care tensiunea este paralelă. În cazul tensiunilor tangențiale primul indice se referă la orientarea normalei (τ_{yx} este o tensiune tangențială paralelă cu axa O_x situată pe suprafața care are normala paralelă cu O_y).

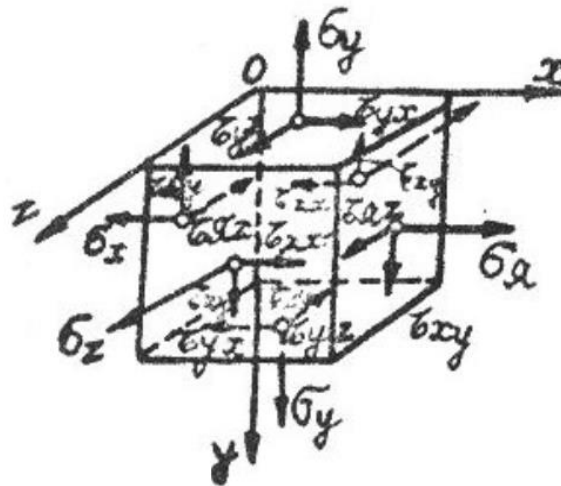


Figura 2.3.

Starea de tensiuni în cazul general de solicitare se caracterizează după cum se vede prin trei tensiuni normale: σ_x , σ_y , σ_z și șase tensiuni tangențiale: τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} , τ_{yx} , τ_{zx} , τ_{zy} . Tensiunile tangențiale, conform principiului dualității tensiunilor tangențiale, sunt egale două câte două

$\tau_{xy} = \tau_{yz}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}$. În consecință starea de tensiuni este definită prin tensiunile $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ și $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$. Concomitent cu starea de tensiuni, în corp apare și o stare de deformații caracterizate prin deformații specifice longitudinale $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ și lunecările specifice $\gamma_{xy} = \gamma_{yz}, \gamma_{yz} = \gamma_{zy}, \gamma_{zx} = \gamma_{xz}$.

Stare de tensiune poate fi spațială caz în care apar tensiuni pe toate fețele elementului, plană, în care apar tensiuni numai pe patru fețe a elementului și mono-axială (figura 2.4.) definită prin existența unei singure normale, dirijată după una din axe.

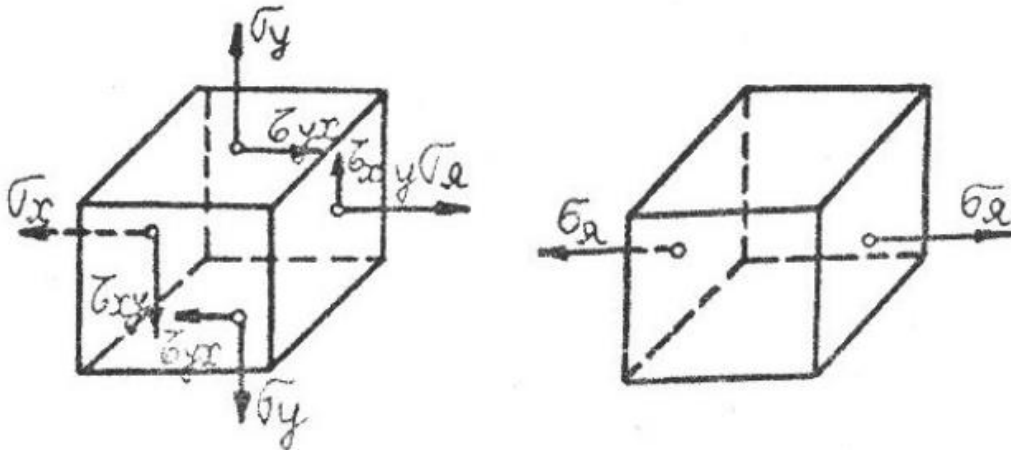


Figura 2.4.

Eforturile elementare dF distribuite pe suprafața secțiunii se reduc de obicei în centrul de greutate G al secțiunii, la un torsor format dintr-o rezultantă R și un cuplu rezultat M . Componentele acestui torsor se numesc eforturi secționale. Eforturile secționale se dezvoltă efectiv în secțiunea considerată și mențin echilibrul forțelor existente pe porțiunea I și II a corpului secționat.

În cazul barelor, interes prezintă eforturile în secțiunile transversale (secțiuni perpendiculare pe axa longitudinală a barei). În bara din figura 2.5. torsorul format din rezultante R și cuplul M se poate descompune în componente dirijate în lungul barei și în componente situate în planul secțiunii transversale.

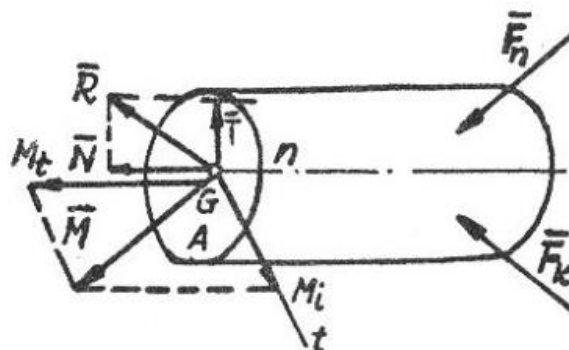


Figura 2.5.

Componentele forței R se numesc:

- forță axială N , dirijată în lungul barei;
- forță tăietoare T , situată în planul transversal.

Componentele cuplului M sunt:

- moment de torsiune M_t ;

- moment de încovoiere M_i situat în planul secțiunii.

Starea de sollicitare a unei bare depinde de natura și direcția componentelor eforturilor secționale. Astfel sollicitările barei pot fi:

- sollicitări simple, dacă în secțiune se dezvoltă o singură componentă a efortului secțional, dirijată în lungul normalei la secțiune sau situată în planul secțiunii;
- sollicitări compuse, dacă efortul secțional are mai multe componente.

Există cinci sollicitări simple și anume: tracțiune, compresiune, încovoiere, forfecare și torsiune. În secțiunile pieselor apar sollicitate la tracțiune, compresiune sau la încovoiere se dezvoltă tensiuni normale notate cu σ_t , σ_c și σ_i iar în cele sollicitate forfecare și răsucire se dezvoltă tensiuni tangențiale notate cu τ_f și τ_t . Tensiunile normale și tangențiale se măsoară în $[N/m^2]$ sau $MPa=10^6 [N/m^2]$.

2.3. Eforturi în secțiunile transversale ale barelor

În aplicațiile tehnice se întâlnește frecvent cazul particular al barelor sollicitate de forțe coplanare. În acest caz torsorul dintr-o secțiune oarecare (A) are numai trei componente:

- forța axială $N = \sum x = -\sum x$;
- forța tăietoare $T = \sum y = -\sum y$;
- moment încovoiator $M_i = \sum M_z = -\sum M_z$.

Deoarece forțele exterioare sunt cuprinse în planul ce trece prin axa barei, momentul de torsiune este nul, forța tăietoare are o singură componentă dirijată după axa O_y , iar momentul încovoiator are de asemenea tot o singură componentă dirijată după normal la planul forțelor. Considerând bara din figura 2.6.a), secționată figura 2.6.b) eforturile secționale vor fi:

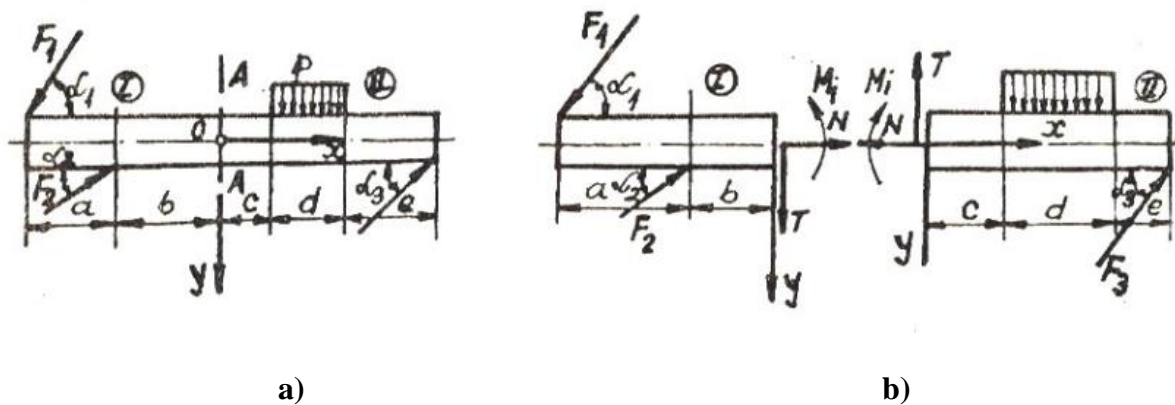


Figura 2.6.

- pentru segmentul I (din partea stângă):

$$N = F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2$$

$$T = -F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2$$

$$M_i = -F_1(a + b) \sin \alpha_1 + F_2 \cdot b \cdot \sin \alpha_2$$

- pentru segmentul II (din dreapta secțiunii):

$$N = F_3 \cos \alpha_3$$

$$T = pd - F_3 \sin \alpha_3$$

$$M_i = -pd \left(c + \frac{d}{2} \right) + F_3(c + d + e) \cdot \sin \alpha_3$$

Pe baza relațiilor de mai sus se pot da următoarele reguli pentru determinarea eforturilor N, T și M dintr-o secțiune a unei bare solicate în plan:

- *forța axială* (N) este egală cu suma algebrică a proiecțiilor pe axa barei a forțelor (sarcini și reacțiuni), din stânga secțiunii luate cu semn + dacă are sens invers axei O_x , (spre stânga) sau a forțelor din dreapta secțiunii luate cu semn + dacă au sensul axei O_x (spre dreapta) sau: forța N este considerată pozitivă (+) când produce o sollicitare de întindere în secțiunea considerată sau negativă (-) când produce o sollicitare de compresiune;
- *forța tăietoare* (T) este egală cu suma algebrică a proiecțiilor pe normala la axa barei O_y a forțelor din stânga secțiunii luate cu semn + dacă are sensul inversa axei O_y (în sus) sau a forțelor din dreapta secțiunii luate cu semnul + dacă au sensul axei O_y (în jos).
- *momentul încovoiator* (M_i) este egal cu suma algebrică a momentelor în raport cu centrul de greutate al secțiunii ale forțelor din stânga secțiunii luate cu + în sens orar, sau ale forțelor din dreapta secțiunii luate cu semn + în sens anti-orar (figura 2.7).

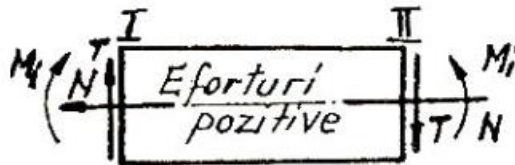


Figura 2.7.

2.4. Deformații

Corpurile concepute ca solide deformabile supuse acțiunii forțelor exterioare își modifică forma și dimensiunile. Se consideră un cub cu latura l_0 asupra căruia acționează o forță în lungul axei O_x . Corespunzător cubul se lungeste în direcția axei O_x și se scurtează pe direcțiile O_y și O_z . Cantitatea cu care se mărește latura cubului se numește lungire iar cantitățile cu care se contractă pe direcțiile O_y și O_z se numesc scurtări (figura 2.8.)

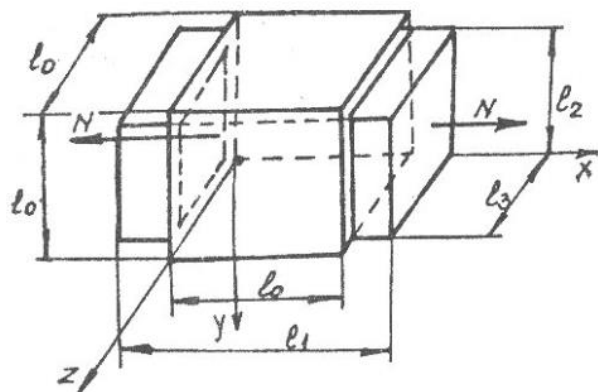


Figura 2.8.

Deformațiile vor fi:

- $l_x = l_1 - l_0$;
- $l_y = l_2 - l_0$;
- $l_z = l_3 - l_0$.

Din câte se poate observa deformația unității de lungime în lungul axei O_x , poartă numele de alungire (lungire specifică) și se determină cu relația:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l_0}$$

Deformația unității de lungime pe celelalte două direcții poartă numele de scurtare specifică și se determină cu relația:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta l_y}{l_0}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l_z}{l_0}$$

Experimental s-a stabilit că în cazul solicitării după o singură direcție între cele trei deformații există următoarea relație:

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\varepsilon_x$$

Deformația specifică de volum este egală cu suma lungirilor specifice măsurate pe direcția axei de coordonate:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_x \cdot (1 - 2\nu)$$

unde: ν se numește coeficient de contracție transversală (coeficientul lui Poisson).

Pentru $\nu = 0,3$ prin solicitarea de întindere se produce o creștere de volum $\varepsilon_v = 0,4 \cdot \varepsilon_x$, iar prin compresiune se produce o mișcare a volumului barei.

Deformația barei nu conduce la o modificare de volum dacă $\nu = 0,5$ (material perfect elastic). Întrucât în cazul solicitării de întindere, volumul barei se poate micșora, este necesar ca:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x \cdot (1 - 2\nu) > 0 \text{ sau } \nu < 0,5$$

În cazul general, odată cu modificarea lungimii laturilor, are loc și o modificare a unghiurilor drepte dintre muchiile cubului. Valorile cu care se modifică unghiurile drepte în cele trei plane se notează cu γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} și poartă denumirea de deformații unghiulare specifice sau lunecări (figura 2.9.).

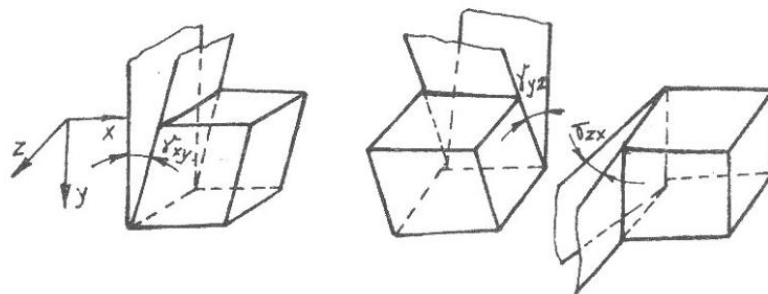


Figura 2.9.

Lungirile specifice sunt cauzate de tensiuni normale σ , pe când lunecările specifice sunt produse de tensiuni tangențiale τ ce lucrează pe fețele cubului. Deformația într-un punct dintr-

un corp este caracterizează printr-o deformație liniară și una unghiulară. Experimental s-a stabilit ca în cazul unei bare sollicitate axial, atât timp cât forțele nu depășesc o anumită limită, tensiunile din bară sunt proporționale cu deformațiile specifice. Această relație este cunoscută sub denumirea de legea lui Hooke.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\tau = G \cdot \gamma$$

unde: E reprezintă modulul de elasticitate longitudinali și G reprezintă modulul de elasticitate transversal.

Modulul de elasticitate E și G sunt constante ale materialelor care se determină experimental și se exprimă în N/m^2 .

2.5. Sollicitări simple

2.5.1. Întindere și compresiune

O bară este sollicitată la întindere sau compresiune, dacă în secțiunile ei transversale se dezvoltă forțe axiale N. Forța axială poate fi constantă sau variabilă în lungul barei. Valoarea ei în dreptul unei secțiuni este dată de suma proiecțiilor pe axa longitudinală a tuturor forțelor la stânga sau la dreapta secțiunii considerate.

Forța axială constituie rezultanta tuturor tensiunilor care se dezvoltă într-o anumită secțiune transversală. Pentru determinarea tensiunilor se consideră o bară dreaptă de lungime l, confecționată dintr-un material omogen și izotrop. Secțiunea transversală este constantă în lungul barei și are aria A.

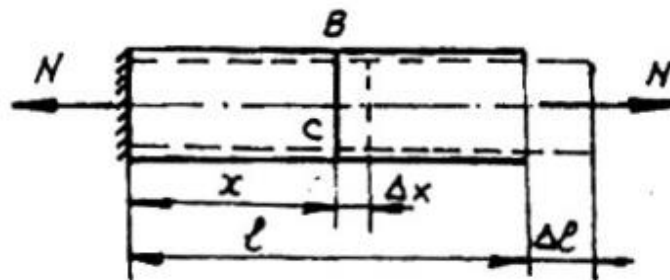


Figura 2.10.

Fie BC o secțiune transversală oarecare, situată la distanța x de un capăt al barei (figura 2.10.). Prin aplicarea unei forțe axiale N bara se deformează. Secțiunea transversală oarecare se deplasează dar rămâne plană și perpendiculară pe axa longitudinală și după deformație. Toate punctele secțiunii se vor deplasa axial cu aceeași cantitate Δx iar lungimea specifică are aceeași valoare în dreptul fiecărui punct din secțiune $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} = \text{const.}$

Lungirii specifice constante îi corespund tensiuni normale $\sigma = \text{constant}$ repartizare uniform pe secțiunea transversală. Pentru determinarea tensiunilor se aplică metoda secționării. Se izolează porțiunea de bară de lungime x, sollicitată de o parte de forța aplicată N și de cealaltă parte de tensiunile normale existente în secțiunea transversală (figura 2.10.).

2.5.1.1. Încercarea materialelor la întindere – compresiune. Curba caracteristică

Pentru rezolvarea problemelor de dimensionare și de verificare la rezistență sau la rigiditate este necesar să se cunoască proprietățile mecanice ale materialelor utilizate. Modul de comportare a materialelor sub acțiunea forțelor aplicate poate fi caracterizat cu ajutorul unor constante fizice numite caracteristici mecanice, care pot fi statice sau dinamice.

Încercarea mecanică de bază prin care se determină cele mai importante caracteristici mecanice ale materialelor este încercarea la întindere. Cu ajutorul ei se stabilește experimental relația fizică existentă și solicitarea de tracțiune între eforturi și deformații.

Epruvetele pentru încercarea la tracțiune se compun dintr-o porțiune centrală de încercare, de secțiune constantă și două porțiuni marginale de prindere (figura 2.11.). La cele două margini ale porțiunii centrale se fixează două repere situate la distanța l_0 . Această distanță se alege de 5 – 15 ori mai mare decât dimensiunea transversală a epruvetei.

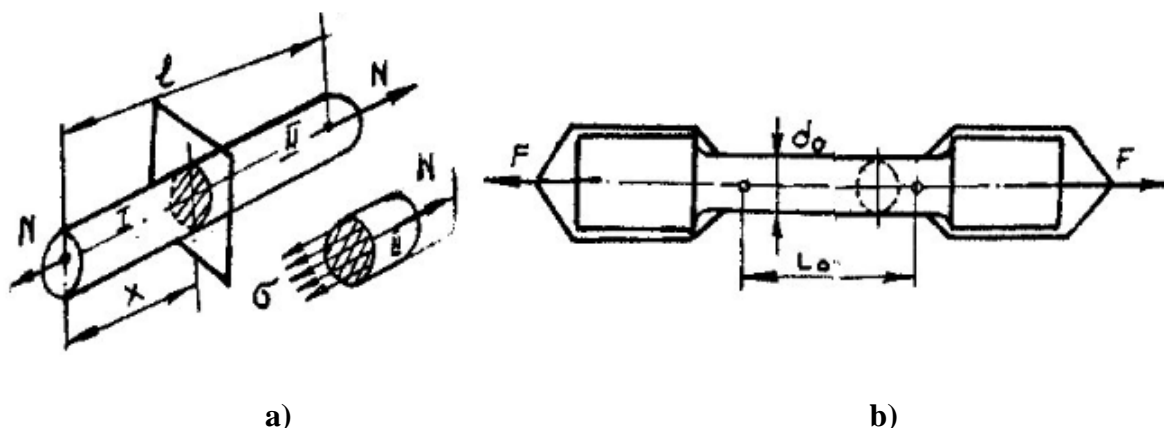


Figura 2.11.

Pentru încercarea de compresiune se folosesc epruvete cilindrice a căror înălțime este de cel mai multe ori mai mare decât dimensiunea transversală. La încercarea de tracțiune mașina de tracțiune aplică epruvetei o forță axială care crește prin deplasarea continuă a cadrului mobil. La fiecare moment în timpul încercării se poate citi lungimea produsă Δl corespunzătoare forței aplicate (N). Perechile de valori obținute permit astfel calculul tensiunilor normale și lungirilor specifice corespunzătoare:

$$\sigma = \frac{N}{S} \text{ respectiv } \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

Într-o secțiune transversală a epruvetei tensiunea este constantă calculându-se cu relația anterioară $\sigma = \frac{N}{S}$ unde S – reprezintă aria secțiunii transversale în timpul încercării. Deoarece măsurarea secțiunii epruvetei este dificil de realizat pe toată lungimea și pe toată durata încercării, tensiunea σ se înlocuiește prin raportul convențional $R = \frac{N}{S_0}$ unde S_0 reprezintă valoarea secțiunii inițiale a epruvetei.

Pe de altă parte, deformația specifică ε nu este constantă pe lungimea epruvetei pe tot parcursul testului. De aceea mărimea adimensională ε se înlocuiește printr-o mărime adimensională numită alungire totală A_t definită prin relația:

$$A_t = 100 \frac{L_u - L_0}{L_0} = 100 \frac{\Delta L}{L_0} [\%]$$

unde: L_0 reprezintă lungimea între repere iar L_u reprezintă lungimea ultimă măsurată între repere la aplicarea unei sarcini, sau după rupere. Dacă lungirea totală A_t se evaluează după rupere atunci aceasta se numește alungire la rupere.

Prin reprezentarea grafică a perechilor de valori obținute la încercare se poate trasa curba caracteristică $\sigma = f(\varepsilon)$ a materialului la tracțiune.

Curba caracteristică trasată astfel este convențională căci în timpul încercării la tracțiune, secțiunea transversală a epruvetei se micșorează devenind mai mică decât cea inițială S_0 utilizată în calcul. Curba caracteristică reală se obține prin raportarea forței de tracțiune la aria S a secțiunii corespunzătoare a fiecărei valori de întindere.

Pentru oțeluri cu conținut redus de carbon, curba caracteristică în general are forma din figura 2.11. pe care se precizează o serie de puncte care definesc următoarele mărimi:

- *limita de proporționalitate* R_p (punctul P) căruia îi corespunde tensiunea limită de proporționalitate până la care lungimile sunt proporționale cu tensiunile. Ecuația acestei porțiuni este descrisă de legea lui Hooke : $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

În acest caz modulul de elasticitate este egal cu panta curbei caracteristice: $E = tg\beta$

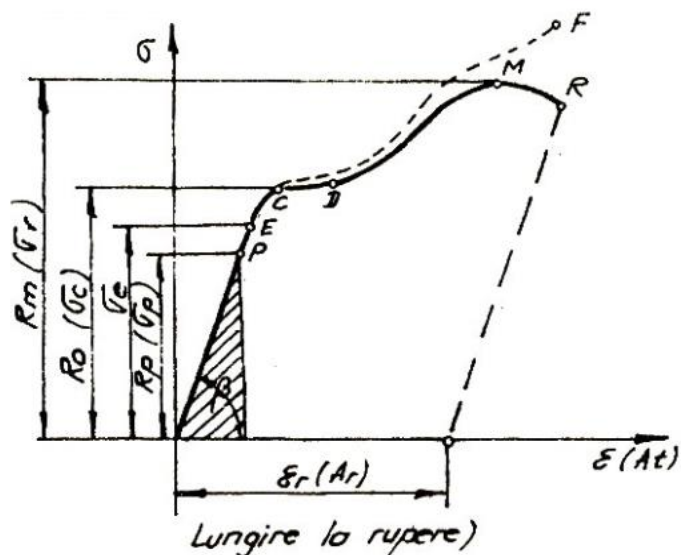


Figura 2.12.

Abaterea (de 10 %) se calculează în funcție de valorile modulului de elasticitate E cu relația:

$$\Delta = \frac{E_0 - E_u}{E_0} \cdot 100$$

- *limita de elasticitate* σ_e (punctul E) care reprezintă valoarea tensiunii până la care materialul se comportă perfect elastic adică după descărcare epruveta revine la lungimea inițială l_0 .

În realitate nici un material nu se comportă perfect elastic, astfel că prezintă deformații remanente după descărcare completă, indiferent de mărimea sarcinii la care a fost supus. Ca urmare se definește limita de elasticitate tehnică σ_r ca valoarea tensiunii, căruia la descărcare îi corespunde o deformație remanentă de 0,01%.

- *limita de curgere* R_c (punctul C) corespunzătoare tensiunii σ_c este valoarea la care epruveta continuă să se deformeze fără ca tensiunea să mai crească.

După atingerea limitei de curgere, curba caracteristică prezintă o zonă CD aproximativ orizontală numită palier de curgere. La unele materiale palierul de curgere lipsește, ceea ce face ca limita de curgere aparentă să nu poată fi stabilită. În asemenea cazuri se definește limita de curgere remanentă σ_r ca valoare a tensiunii căruia îi corespund, după descărcarea epruvetei, o deformație remanentă de 0,2%. Solicitat peste limita de curgere, materialul prezintă proprietăți plastice, adică poate fi modelat ușor și adus la forme dorite.

- rezistența la rupere R_r respectiv tensiunea de rupere σ_r (punctul M) fiind ordonata maximă a unui traseu ascendent, numit zonă de întărire. Ca urmare a micșorării secțiunii epruvetei, tensiunea scade iar alungirea crește, până când epruveta se rupe (zona MR).

Tensiunea maximă numită și rezistență la rupere se calculează cu relația $\sigma_r = \frac{N_{max}}{S_0}$, unde: N_{max} reprezintă forța în momentul rupei iar S_0 este aria secțiunii inițiale a epruvetei.

Punctului R de pe curba caracteristică, îi corespunde lungirea la rupere (A_r). Dacă se pun cap la cap cele două bucăți ale epruvetei rupte, atunci se poate măsura lungimea după rupere L_r . Astfel, se poate calcula lungirea specifică de rupere ε_r exprimată de obicei în procente:

$$\delta = \varepsilon_r \cdot 100 = \frac{L_r - L_0}{L_0} = 100 \quad [\%]$$

În momentul rupei se constată o micșorare importantă a secțiunii epruvetei în zona de rupere. Ea se numește *gâtuire* la rupere și se exprimă în procente în funcție de aria inițială S_0 și cea de rupere S_r :

$$Z = \frac{S_0 - S_r}{S_0} \cdot 100$$

Diagrama caracteristică descrisă mai sus corespunde unui oțel moale (cu conținut redus de carbon). În cazul oțelurilor casante (oțeluri aliate sau cu conținut mai mare de carbon) palierul de curgere lipsește sau are o lungime mică, iar ruperea se produce imediat după depășirea acesteia. În cazul unui oțel având curba caracteristică din figura 2.13., dacă solicitarea încetează pe zona de întărire, înainte de rupere în dreptul punctului N se constată că revenirea materialului la starea nesolicitată se produce după dreapta NN' paralelă cu dreapta OP care exprimă legea lui Hooke, lungirea remanentă fiind ε_p . La o nouă încărcare la întindere, tensiunea, după curba caracteristică N'M cu modulul de elasticitate E al materialului, deformațiile fiind proporționale cu tensiunile până în punctul N.

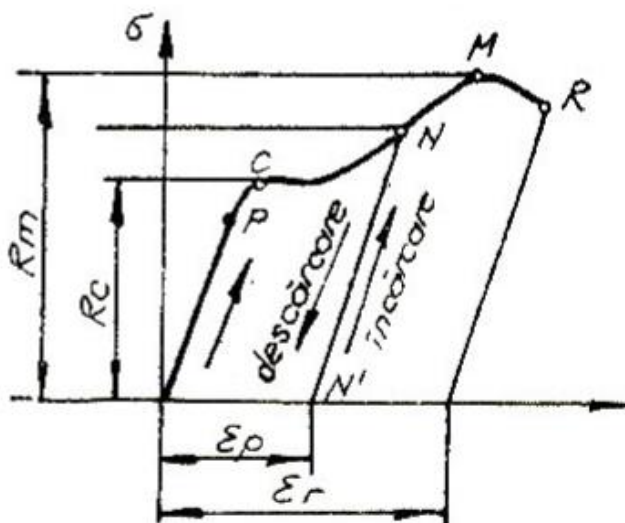


Figura 2.13.

Se realizează astfel o ridicare a limitei de proporționalitate, ca și cum materialul s-ar întări, în dauna micșorării lungirii specifice de rupere ε_r . Acest fenomen se numește ecruisaj. El este utilizat drept procedeu tehnic pentru a obține un material care să prezinte o limită de proporționalitate cât mai ridicată.

Curba caracteristică oțelului arată că, până la limita de proporționalitate, oțelul satisface legea lui Hooke, adică el este materialul liniar-elastic. Există materiale care nu respectă legea lui Hooke (fontă, alamă, beton, fibre textile) curba caracteristică având forma de mai jos (figura 2.14.).

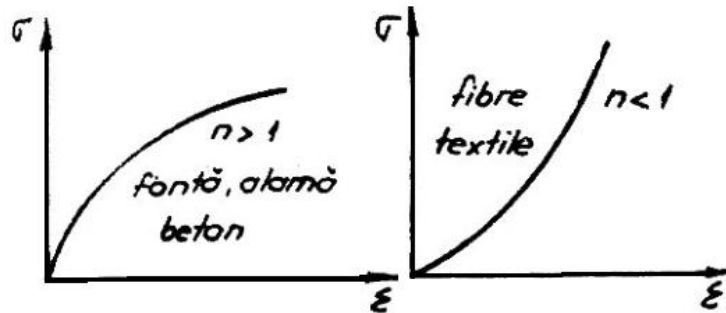


Figura 2.14.

Legătura fizică dintre tensiuni și lungirile specifice se poate exprima cu ajutorul unei relații de forma: $\varepsilon = \frac{\sigma^n}{E_0}$ în care n și E_0 sunt constante dependente de natura materialului. Prin crearea altor stări de solicitare (de exemplu printr-o solicitare de torsiune), se poate stabili relația dintre tensiunile tangențiale τ și alunecările specifice γ . Pentru materialele care satisfac legea lui Hooke această relație este liniară: $\tau = G \cdot \gamma$.

Odată cu încercarea la tracțiune sau la compresiune simplă, prin măsurarea variației dimensiunilor transversale ale epruvetei, se poate stabili și valoarea coeficientului de contracție transversală ν . Deformația solid liniar-elastic depinde de valoarea celor trei constante elastice; modulele de elasticitate E , G și ν .

Pe baza proprietățile mecanice, materialele se pot clasifica în funcție de diferite criterii, după cum urmează:

- a. După mărimea deformațiilor produse până la rupere se disting:
 - *materiale tenace*, care suferă deformații mari până la rupere;
 - *materiale casante* (fragile care se deformează foarte puțin până la rupere);
- b. În funcție de starea materialelor după îndepărtarea sarcinii există:
 - *materiale elastice*, care se deformează elastic și revin la starea inițială după îndepărtarea sarcinii;
 - *materiale plastice* care prezintă direct deformații permanente.
- c. În funcție de valoarea constantelor E , G și ν măsurate pe diverse direcții se disting:
 - *materiale izotrope* care au aceleași constante elastice în lungul tuturor direcțiilor;
 - *materiale anizotrope*, care prezintă stratificații (fibre, etc.) ceea ce le face să se comporte diferit după diferite direcții.

Dacă materialul are totuși trei plane de simetrie, în ceea ce privește proprietățile sale elastice, atunci el se numește ortotrop.

2.5.1.2. Rezistența admisibilă. Coeficient de siguranță

Dimensionarea unei piese de mașini trebuie astfel făcută, încât deformația pe care o capătă în timpul exploatarei, sub acțiunea forțelor exterioare, să nu depășească anumite limite, sau să nu afecteze funcționarea normală a elementelor vecine. De aceea, în proiectare se caută ca solicitarea maximă din piesă să nu depășească limita de elasticitate a materialului.

Din punct de vedere economic este bine ca starea de tensiuni din piesă să fie cât mai apropiată de limita de elasticitate, deoarece se realizează un consum minim de material. Trebuie avut însă în vedere că în acest caz orice creștere a sarcinilor exterioare, duce la depășirea limitei de elasticitate, piesele căpătând deformații mari și siguranța lor în exploatare scăzând considerabil. De asemenea forțele exterioare nu pot fi determinate suficient de precis, caracteristicile mecanice reale ale materialelor, diferă uneori de cele determinate în laborator, iar schemele de calcul folosite în proiectare sunt aproximative datorită ipotezelor simplificatoare.

De aceea, în calculele de proiectare s-a introdus noțiunea de rezistență admisibilă, care reprezintă valoarea limită a tensiunilor până la care poate fi solicitat un material, valoare situată sub limita de elasticitate a materialului.

Rezistența admisibilă se definește astfel:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_0}{C_0} \text{ pentru materiale tenace;}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{C_r} \text{ pentru materiale fragile}$$

unde: C_0 și C_r poartă denumirea de coeficienți de siguranță.

Ca urmare, în calculele inginerești se pune totdeauna condiția ca, tensiunile efective maxime ce rezultă din calcule să fie egale sau inferioare limitei numită tensiune admisibilă

În practică se folosesc două metode:

- *metoda tabelară*, care are la bază alegerea tensiunilor admisibile din tabele de valori; dezavantajul acestei metode este acela că nu poate asigura un număr suficient de cazuri pentru situații din practică;
- *metoda potenței*, bazată pe alegerea tensiunii admisibile în raport cu o stare limită, fiind cea mai simplă. Prin această metodă, la general tensiunile admisibile σ_a și τ_a se aleg ca o tracțiune a unei tensiuni limită și poate fi:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{lim}}{C}; \quad \tau_a = \frac{\tau_{lim}}{C};$$

unde: σ_{lim} și τ_{lim} pot fi: limita de rupere, limita de curgere, rezistența la oboseală în cazul solicitărilor variabile, limita de fluaj, etc.

În adoptarea rezistențelor admisibile sau a coeficienților de siguranță trebuie să se țină seama de o serie de factori:

- natura materialului; cu cât materialul este mai neomogen, cu atât coeficientul de siguranță trebuie să fie mai mare;
- precizia cu care se evaluează sarcinile care acționează; În multe cazuri, sarcinile exterioare se cunosc numai aproximativ, necesitând valori mai mare pentru coeficienții de siguranță;
- diferențele între formele geometrice ale pieselor și scheme teoretice de calcul;
- precizia cu care au fost determinate proprietățile mecanice ale materialelor folosite de cele mai multe ori acestea sunt luate din tabele și nu determinate;
- modul de acțiune a sarcinilor în timp;
- durata de utilizare a construcției;
- măsura în care ipotezele de calcul corespund situației reale; în general există nepotriviri inevitabile între ipotezele de calcul și situația reală.

Tensiunile limită de la care se pleacă în calcul trebuie să țină seama de felul solicitării,

de materialul din care este confecționat, de temperatura la care va lucra piesa, de mediul în care lucrează, etc.

În cazul solicitărilor statice, organele de mașini se calculează din condiția neadmiterii deformației plastice sau remanente, coeficientul de siguranță luându-se în raport cu limita de curgere. Pentru materialele fragile, coeficientul de siguranță se adoptă în funcție de rezistența la rupere.

2.5.2. Solicitarea de încovoiere

O bară este solicitată la încovoiere dacă în secțiunile ei iau naștere momente de încovoiere și forțe tăietoare. În cazul în care în secțiunile barei iau naștere numai momente de încovoiere, se spune că bara este solicitată la încovoiere simplă.

Se consideră o grindă simplu rezemată (figura 2.15.) acționată la capete de cupluri M_i egale. Diagrama de momente este constantă iar în secțiunea transversală cu axa y de simetrie, momentul încovoiitor are vectorul moment încovoiitor dirijat după axa O_z . Momentele încovoiitoare se dezvoltă în secțiunile transversale ale grinzii prin tensiuni normale σ .

Din grinda considerată se detașează un element de grindă cu lungimea dx , situată la o distanță oarecare x de un capăt al grinzii.

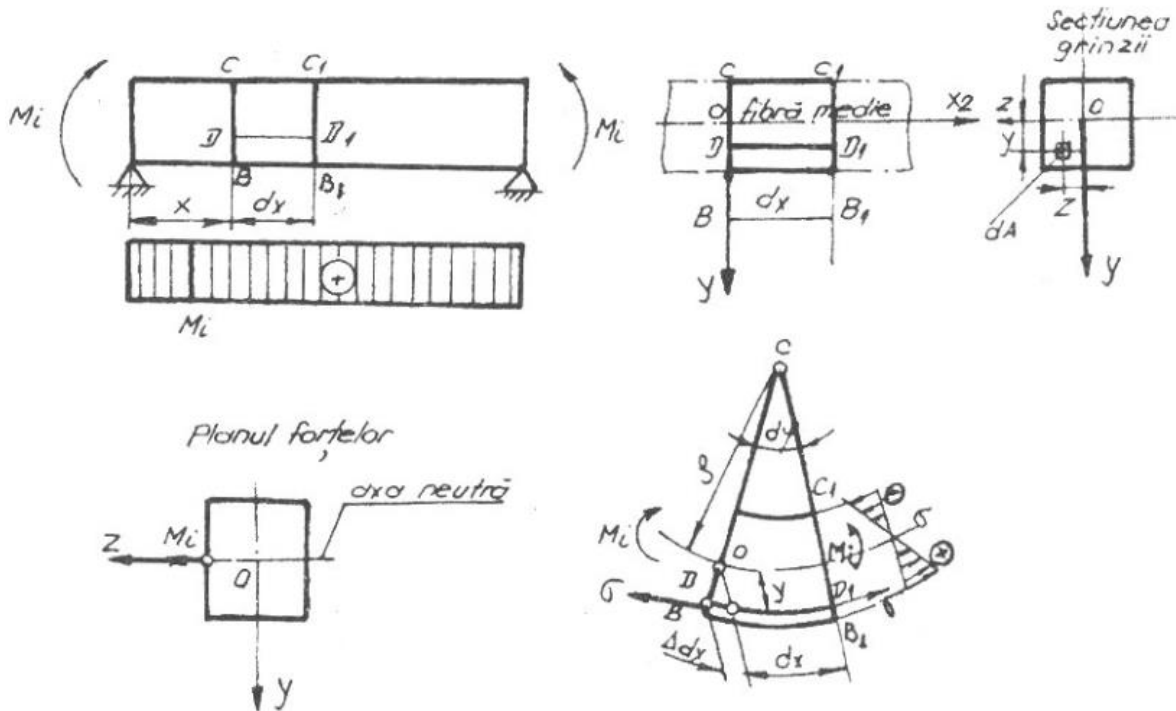


Figura 2.15.

În figura 2.15. se prezintă elementul de grindă raportat la un sistem de referință O_{xyz} , axa O_x fiind orientată în lungul grinzii, iar O_y constituie axa principală centrală de inerție. Prin solicitarea de încovoiere atât grinda cât și elementul de grindă se deformează. Secțiunile transversale se rotesc. Unghiul d_φ format de două secțiuni situate la distanța dx una de alta se numește rotire elementară. Dacă se raportează unghiul d_φ la distanța dintre secțiuni se obține rotirea specifică.

$$\theta = \frac{d_\varphi}{dx}$$

Fibrele longitudinale își schimbă lungimea, unele se lungesc, altele se scurtează. Originea sistemului de referință O_{xyz} se alege în dreptul fibrei care-și păstrează lungimea prin deformația de încovoiere. Poziția acestei fibre denumită fibră medie deformată trebuie determinată.

O fibră oarecare situată la distanța y de planul xO_z , se lungeste cu cantitatea Δdx . Pe baza ipotezei lui Bernoulli la secțiunea plană și perpendiculară pe axa longitudinală a grinzii, înainte de deformație rămâne plană și perpendiculară pe axa longitudinală și după deformație, secțiunile transversale fiind plane și în starea deformată a elementului se poate exprima lungirea fibrei oarecare:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = \frac{E \cdot y}{\rho}$$

Relația arată că tensiunea are o variație liniară în secțiune. În dreptul fibrelor care-și păstrează lungimea $y = 0$, rezultă că tensiunea normală este egală cu zero. Aceste fibre se află în planul xO_z a grinzii, care se numește plan neutru. Axa O_z , prin care planul neutru intersectează secțiunea transversală a grinzii poartă denumirea de axă neutră. Ea constituie locul geometric al tuturor punctelor din secțiunea transversală, în dreptul cărora tensiunea normală este egală cu zero.

Planul neutru împarte grinda în două părți. Dacă momentul încovoiător are o valoare pozitivă ca în cazul de față, atunci fibrele situate sub planul neutru sunt solicitate la întindere ($\sigma > 0$), iar cele deasupra, la compresiune ($\sigma < 0$). Tensiunile cele mai mari se produc în fibrele cele mai îndepărtate de axa neutră:

$$\sigma_{\max} = \frac{E \cdot y_{\max}}{\rho}$$

Pe un element de suprafață dA , tensiunea dă naștere la o forță σdA . Pentru orice secțiune se pot scrie condițiile de echilibru: $\sum x = 0$; $\sum M_y = 0$; $\sum M_z = 0$.

O grindă rezistă cu atât mai bine la încovoiere cu cât modulul de rezistență W_z are o valoare mai mare. Dar valoarea modulului de rezistență depinde nu numai de mărimea, ci și de forma secțiunii transversale a grinzii. Forma secțiunii poate fi considerată cu atât mai rațională cu cât modulul de rezistență are o valoare mai mare pentru un consum de material cât mai mic.

Raționalitatea secțiunii poate fi exprimată prin raportul dintre modulul de rezistență axial W_z și aria secțiunii transversale A a grinzii. Secțiunea grinzii este cu atât mai economică cu cât raportul W_z/A este mai mare. Secțiunile profilelor laminate I și U, utilizate în construcții metalice, sunt mult mai raționale decât secțiunea circulară sau dreptunghiulară.

Pentru secțiunea circulară:

$$I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$W_z = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Pentru secțiunea circulară inelară cu diametrul exterior d și diametrul interior d_0 dacă se notează cu $\beta = \frac{d_0}{d}$ rezultă:

$$I_z = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot (1 - \beta^4)$$

$$W_z = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot (1 - \beta^4)$$

Pentru secțiunea dreptunghiulară, al cărei centru de greutate coincide cu originea O a sistemului de referință O_{ayz} se obține:

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$W_z = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

unde: b reprezintă dimensiunea paralelă cu axa neutră $Z-Z$, iar h reprezintă dimensiunea perpendiculară pe această axă.

2.5.2.1. Deformația barelor solicitate la încovoiere

Se consideră o bară dreaptă simplu rezemată și capete solicitată la încovoiere de forțe F_1 și F_2 (figura 2.16.). După aplicarea forțelor axa grinzii devine o curbă ale cărei elemente caracteristice, într-un punct situat la distanța x față de origine sunt: raza de curbură ρ , săgeata (deplasarea verticală) f și rotirea φ (unghiul format de normală a barei cu normala la axa nedeformată a barei cu normala la axa deformată a barei). Axa deformată se numește fibră medie deformată.

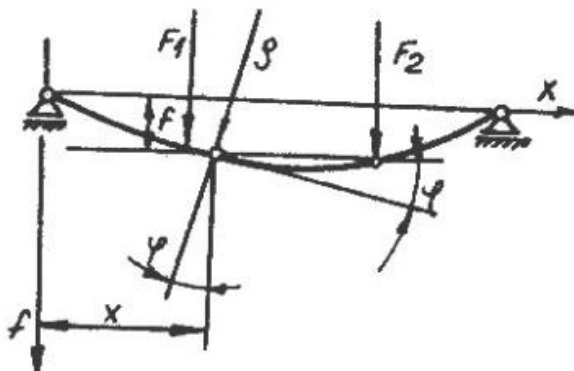


Figura 2.16.

Fibra medie deformată reprezintă în sistemul de axe considerat xof o curbă determinată de funcția $f = H(x)$. Curbura într-un punct a barei solicitată la încovoiere este dată de relația $\frac{1}{\rho} = \frac{M_i}{E \cdot I_z}$, relație în care $E I_z$ reprezintă modulul de rigiditate și încovoiere al barei. Față de sistemul de axe considerat, momentul încovoiitor este pozitiv iar curba este negativă, încât relația de mai sus trebuie scrisă sub forma: $\frac{1}{\rho} = -\frac{M_i}{E \cdot I_z}$.

Raza de curbură într-un punct al fibrei medii este dată de relația:

$$\rho = \frac{(1 + f'^2) \cdot 3/2}{f''}$$

Ținând seama că unghiul cu care se rotește secțiunea este mic $f' = \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ este și asemenea mic și f'^2 devine neglijabil față de 1; astfel se poate scrie: $\rho = 1/f''$, deci:

$$f'' = -\frac{M_i}{EI_z}$$

Relația poartă numele de ecuația diferențială a fibrei medii deformată.

Dacă termenul $\frac{M_i}{EI_z}$ nu are aceeași lege de variație pe toată lungimea grinzii, atunci se va împărți grinda în intervale, pe fiecare interval integrându-se separat ecuația fibrei medii deformată. Determinarea constantelor de integrare se face prin condiții la limită care pot fi de rezemare (în reazemul simplu $f = 0$; de încastrare $f = 0$ și $\varphi = 0$) și de continuitate (în secțiunea de trecere de la un interval la altul săgețile și rotirile cu aceleași valori).

2.5.3. Solicitări care provoacă tensiuni tangențiale

2.5.3.1. Forfecarea

Forfecarea reprezintă solicitarea produsă de forța tăietoare. În practică solicitarea de forfecare este însoțită și de alte solicitări în special de încovoiere. Forțele din cuțitele care solicită bara la forfecare sunt egale cu forța tăietoare care apare în secțiunea de bară determinată de planul cuțitelor. Cele două cuțite tind să îndepărteze unul față de celălalt (segmentele I și II) al barei, forfecându-o (figura 2.17.).

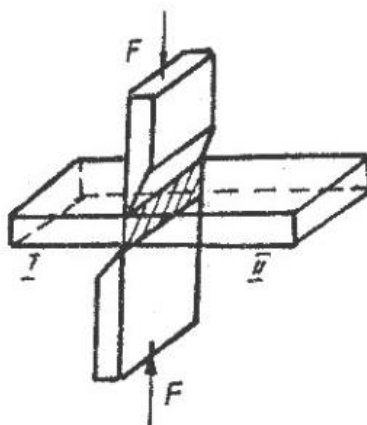


Figura 2.17.

În planul secțiunii de forfecare apar tensiuni tangențiale care caută să mențină în contact cele două segmente. Se poate considera astfel că tensiunea de forfecare:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

unde: A reprezintă aria secțiunii de forfecare.

Problema de verificare reprezintă determinarea tangențială maximă care se compară cu tensiunea admisibilă sau cu cea de rupere:

$$\tau_{af} = \frac{F}{A} \leq \tau_a$$

Problema forței tăietoare capabile sau a celei de rupere la forfecare:

$$F_{cap} = A \cdot \tau_a$$

2.5.3.2. Răsucirea

Răsucirea reprezintă solicitarea produsă de un moment M_t (moment de torsiune) a cărui vector este dirijat după axa barei. Când momentul de torsiune este de un cuplu de forțe, forțele nu întâlnesc axa barei și nici nu sunt paralele cu acestea (figura 2.18.).

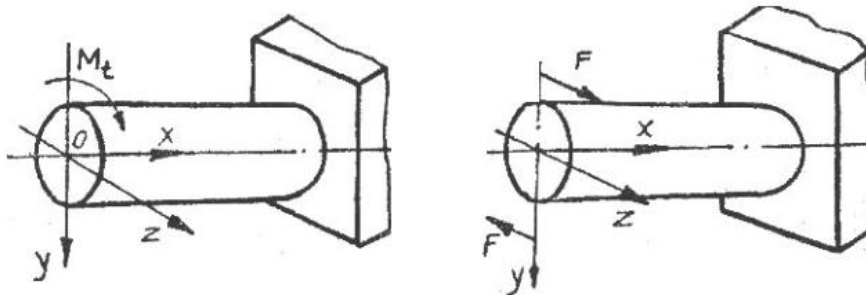


Figura 2.18.

Pentru determinarea tensiunii între un punct al secțiunii se consideră o secțiune transversală de arie A executată într-o bară circulară de diametru d solicitată la răsucire de un moment M_t (figura 2.18.). În planul secțiunii considerăm un element de arie dA , situat la distanța r față de centru. Forța elementară ce acționează pe această suprafață va da naștere unui moment elementar $\tau \cdot dA \cdot r$. Suma momentelor forțelor elementare $\tau \cdot dA$, din secțiune, în raport cu axa barei este egală cu momentul de torsiune din secțiunea M .

Pentru determinarea tensiunii tangențiale la răsucire este necesar să se studieze deformația barei. Pentru această bară considerată se secționează la distanța x față de capătul liber cu două plane perpendiculare pe axă, la distanța dx unul față de celălalt (figura 2.19.).

Izolând elementul de bară de grosime dr , prin aplicarea momentului exterior M_t generatoarea BB_1 se va transforma într-o elice rotindu-se cu unghiul γ .

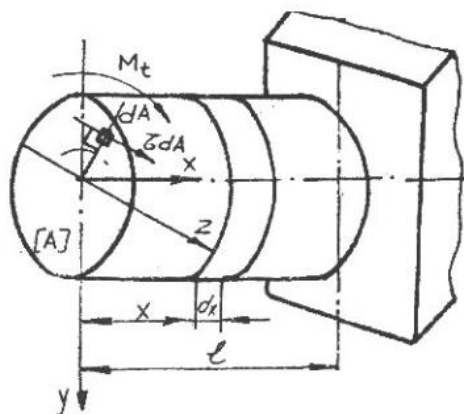


Figura 2.19.

Din figura 2.19. se poate scrie:

$$BB' = \overline{BB_1} \cdot \gamma = dx \cdot \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma \cdot dx$$

Secțiunile transversale se rotesc. Se numește unghi de torsiune unghiul cu care se rotește o secțiune transversală față de alta. Dacă distanța dintre secțiuni este infinit mică dx unghiul de

torsiune este elementar $d\varphi$, iar dacă distanța este egală cu unitatea, atunci unghiul de torsiune se numește specific θ .

În cazul general unghiul cu care se rotește o secțiune marginală față de alta situată la distanța l constituie unghiul de torsiune total φ .

$$\theta = \frac{d\varphi}{dx}$$

$$\varphi = \int_0^l d\varphi = \int_0^l \theta \cdot dx$$

Conform legii lui Hooke: $\tau = G \cdot \gamma$. Înlocuind, se obține: $G \cdot r \cdot \frac{d\varphi}{dx}$

Relația arată că tensiunea tangențială τ variază liniar cu raza fiind maximă la exterior $r = \frac{d}{2}$ și nula în centrul secțiunii $r = 0$. Rezultă valoarea momentului de torsiune $M_t = G \frac{d\varphi}{dx} \int_A r^2 \cdot dA$, această expresie reprezintă caracteristica geometrică a secțiunii numită modul de inerție polar I_p al secțiunii barei astfel că $M_t = G \cdot \frac{d\varphi}{dx} \cdot I_p$.

Tensiunea de răsucire într-un punct din secțiune situată la distanța r față de centru va fi dată de relație:

$$\tau = \frac{M_t}{I_p} \cdot r$$

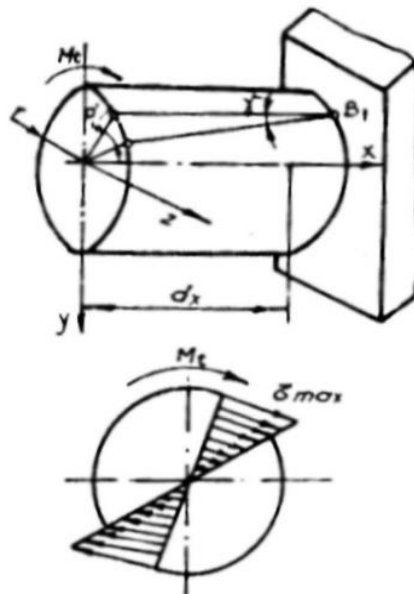


Figura 2.20.

Expresia: $\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_t}{G \cdot I_p}$ reprezintă expresia unghiului de torsiune specific (radiani/unitate de lungime). Produsul $G \cdot I_p$ poartă denumirea de modul de rigiditate la torsiune al barei cu secțiune circulară. Pentru secțiune inelară de diametrul exterior d și diametrul interior d_0 notând cu β raportul dintre d_0/d rezultă: $W_p = \frac{\pi d^3}{1 \cdot \beta} \cdot (1 - \beta^4)$.

Cu ajutorul relației pentru tensiune se determină trei categorii de probleme:

- *problema de dimensionare*, când se determină modulul de rezistență necesar:

$$W_{p\text{ nec.}} = \frac{M_t}{\tau_a}$$

- *problema de verificare*, când se verifică dacă tensiunea efectivă este mai mică decât cea admisibilă:

$$\tau_{af} = \frac{M_t}{W_p} \leq \tau_a$$

- *problema de calcul al momentului de torsiune capabil*:

$$M_t = \tau_a \cdot W_p$$

Uneori dimensionarea barelor se face pe baza condiției de rigiditate. Dacă se impune unghiul de torsiune specific sau admisibil θ_a , dimensionarea se face cu relația:

$$I_{p\text{ nec.}} = \frac{M_t}{G \cdot \theta_a} \leq I_p$$

2.5.4. Relații de calcul la deformații

Proprietatea pieselor se a se opune deformațiilor sub acțiunea sarcinilor se numește rigiditate. Inversul rigidității este elasticitatea. Pentru funcționarea corectă a unor piese deformațiile elastice ale pieselor nu trebuie să depășească anumite limite. În aceste condiții materialul, forma și dimensiunile pieselor nu se aleg pe baza condițiilor de rezistență, ci din condițiile de rigiditate.

Astfel în cazul solicitării de tracțiune, limitarea condițiilor de deformații a unei piese este ca:

$$\delta = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A} \leq \delta_a$$

În această relație s-a notat cu $\delta = \Delta_l$ valoarea lungirii totale iar cu δ_a valoarea lungirii admisibile (deformație admisibilă). Aria secțiunii transversale va deveni:

$$A_{\text{nec}} = \frac{F \cdot l}{E \cdot \delta_a}$$

Dacă aria secțiunii transversale variază în trepte de lungime l_i și de arie A_i atunci deformația totală a barei sub acțiunea forței F va fi $\delta = \sum \delta_i = F \cdot \sum \frac{l_i}{A_i \cdot E_i}$ unde expresia $\frac{l_i}{A_i \cdot E_i}$ se numește elasticitatea barei la forțe axiale (sau coeficientul de elasticitate al barei) care reprezintă lungirea barei sub acțiunea unei forțe axiale egală cu unitatea (se exprimă în [m/N]; în cazul în care bara este solicitată de un cuplu, coeficientul de elasticitate este deformația unghiulară provocată de un cuplu egal cu unitatea (se măsoară în [rad/N·m]).

Inversul coeficientului de elasticitate $k_i = \frac{E \cdot A_i}{l_i}$ poartă numele de rigiditate sau coeficient de rigiditate, sau constantă elastică a barei exprimându-se atunci când bara este solicitată de forțe axiale sau cupluri în N/m respectiv N·m/rad. Din punct de vedere fizic, constanta elastică reprezintă forța elastică care produce o deformație egală cu unitatea sau în cazul răsucirii, cuplul care produce o deformație unghiulară egală cu unitatea. Cu cât k_i este mai mare și respectiv elasticitatea mai mică cu atât piesa se deformează mai puțin (este mai rigidă).

Așa cum s-a arătat mai sus în cazul pieselor elastice solicitate la încovoiere, bara va fi mai rigidă cu cât modulul de rigiditate la încovoiere EI_z care valoare mai mare.

Condițiile de limitare a deformațiilor se referă la săgețile f și rotirile în reazeme, astfel:

$$f_{\max} \leq f_a \text{ și } \varphi_{\max} \leq \varphi_a$$

unde: f_a și φ_a reprezintă respectiv săgeata și rotirea în reazem admisibilă.

În cazul pieselor elastice la torsiune, acestea vor fi cu atât mai rigide cu cât modulul de rigiditate la răsucire GI_p este mai mare. Condiția de limitare a deformațiilor se referă în acest caz la limitarea unghiului de torsiune specific.

$$\theta \leq \theta_a$$

unde: θ_a este unghiul de torsiune specific admisibil

2.5.5. Solicitarea de contact

Solicitarea de contact apare în urma acțiunii unei forțe aplicate pe o suprafață, care va provoca tensiuni și deformații. Valoarea acestora depinde de mărimea suprafețelor de contact. Dacă suprafețele de contact sunt mai mari pe acestea vor apare presiuni de contact care pot fi considerate tensiuni normale. Deformațiile și tensiunile nu se resimt la o adâncime mare și scad repede pe măsura îndepărtării de suprafața de contact.

Dacă aceste presiuni ating valori prea mari, suprafețele se distrug prin strivire, presiunile respective purtând denumirea de presiuni de strivire. Dacă forța se transmite între două piese confecționate din materiale diferite atunci în calcul trebuie considerată presiunea admisibilă a materialului mai slab.

Relația de calcul a relației de contact depinde de forma suprafeței de contact (după cum acestea este plană, cilindrică punctiformă, etc) și legea de distribuție a presiunii pe suprafața de contact.

Suprafață plană de contact, în acest caz se admite ca fiind o distribuție uniformă a presiunii de contact, condiția de rezistență la strivire fiind:

$$p = \frac{F}{A} \leq p_a = \sigma_{a,c}$$

unde: presiunea admisibilă p_a se ia egală cu tensiunea admisibilă la compresiune a materialului mai slab.

Suprafața cilindrică de contact, se consideră o piesă de formă cilindrică de diametru d care se sprijină pe o suprafață cilindrică de același diametru pe o lungime l (figura 2.21.) atunci în dreptul unui element de suprafață de contact, presiunea p dă o forță elementară dN , perpendiculară pe suprafața de contact:

$$dN = p \cdot l \cdot \frac{d}{2} \cdot \alpha$$

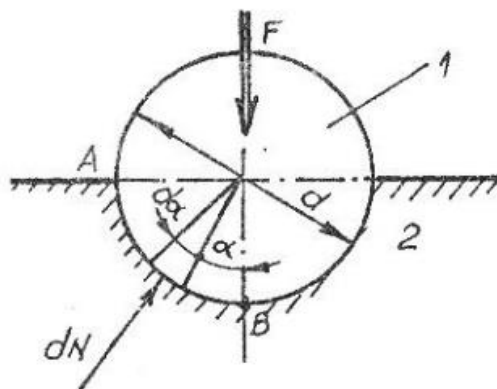


Figura 2.21.

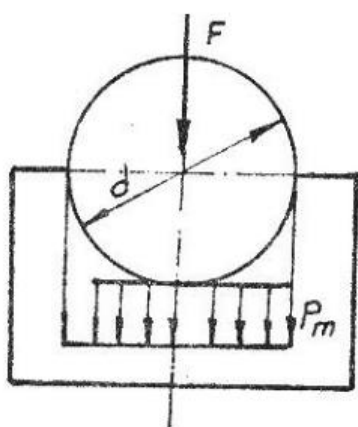
Aceste forțe elementare echilibrează acțiunea forței aplicate. Deci valoarea presiunii de contact este dată de raportul dintre forța aplicată și proiecția suprafeței de contact pe planul longitudinal de simetrie al piesei cilindrice dacă:

- punctul în punctul B se dezvoltă presiune mai mare p_{max} și se admite o distribuție cosinusoidală a presiunilor:

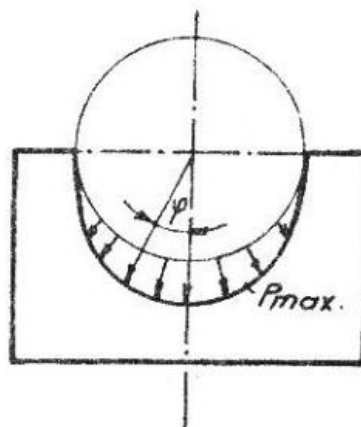
$$p = p_{max} \cdot \cos \alpha$$

$$p_{max} = \frac{\pi}{4} \cdot dl \cdot p_{max}$$

În ceea ce privește presiunea admisibilă de contact, dacă piesele sunt în repaus, se recomandă (figura 2.22.a) și figura 2.22.b), utilizarea de calcule a unui presiuni cu cca. 50% mai mare decât tensiunea admisibilă de la compresiune a materialului mai slab: $p_a \approx 1,5\sigma_{ac}$.



a)



b)

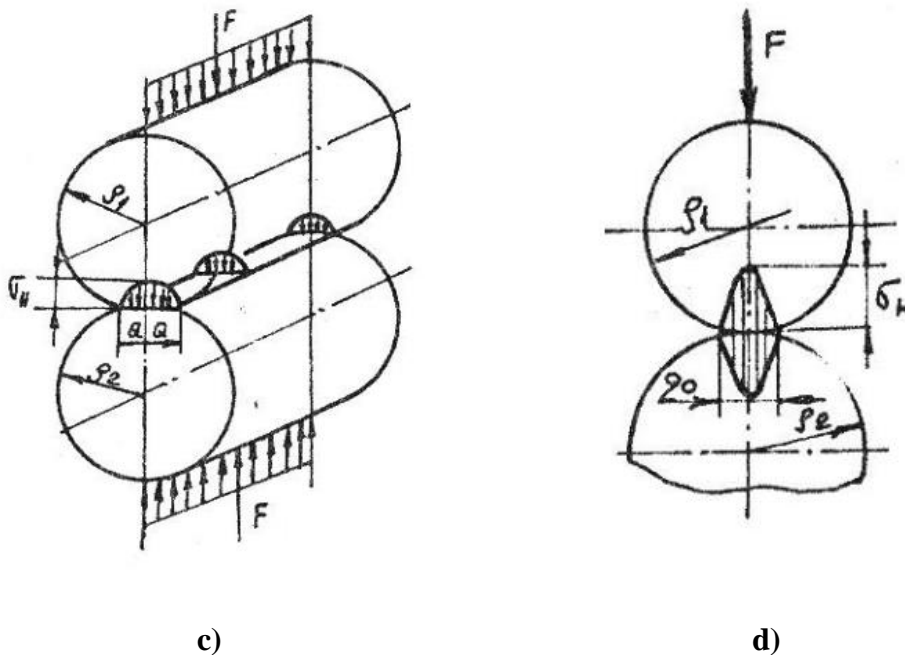


Figura 2.22.

În cazul existenței unei mișcări relative între piesele 1 și 2, presiunea admisibilă se adoptă cu valori mult mai mici decât tensiunile admisibile la compresiune statică, deoarece forța de frecare creează efecte suplimentare care nu au fost luate în considerare.

Dacă suprafețele de contact sunt mici ca în cazul cuplelor superioare (rulmenți cu bile sau role, roți dințate, etc.)(figura 2.22.c)) forțele de compresiune produc presiuni de contact foarte mari, dând naștere pe aceste suprafețe și în imediata lor vecinătate la o stare de tensiuni spațială.

Tensiunile de contact σ_H au o distribuție neuniformă pe suprafața de contact și prezintă un maxim pe direcția forței de apăsare, dacă piesele în contact se află în repaus sau se rostogolesc fără alunecare. Dacă suprafețele au o mișcare relativă între ele (rostogolire cu alunecare) în prezența unei pelicule de lubrifianț. Solicitarea de contact are un caracter variabil și se produce în prezența forțelor de frecare și a tensiunilor tangențiale. Astfel distrugerea suprafețelor în contact va fi cauzată de o serie de factori cum ar fi: încălzirea, uzura abrazivă, oboseală superficială poate fi apreciată cantitativ din condiții de rezistență.

Oboseala stratului superficial produsă în prezența lubrifianțului, cunoscută și sub numele de pitting este principala cauză de distrugere a cuplelor superioare. Ea se manifestă prin apariția în stratul superficial a unor micro-fisuri, în care, pătrunde uleiul de ungere. În urma mișcării celor două suprafețe, uleiul este împiedicat să iasă din micro-fisuri și datorită solicitărilor de contact, în ulei vor apare presiuni hidrodinamice foarte mari care duc la excavări de material, producând o serie de gropițe (ciupituri) pe suprafața în contact.

Teoria lui Hertz stabilește relațiile de calcul pentru tensiunea de contact. Verificarea tensiunii de contact se face cu relația: $\sigma_H \leq \sigma_{aH}$, unde: σ_{aH} reprezintă tensiunea admisibilă de contact.

Determinarea tensiunilor de contact se face pe baza următoarelor ipoteze:

- corpurile sunt fine, omogene, izotrope, iar deformățiile în zona de contact sunt elastice;
- sarcina este constantă și normală pe suprafața de contact;
- contactul între suprafețe este direct, neexistând între ele peliculă de lubrifianț;
-

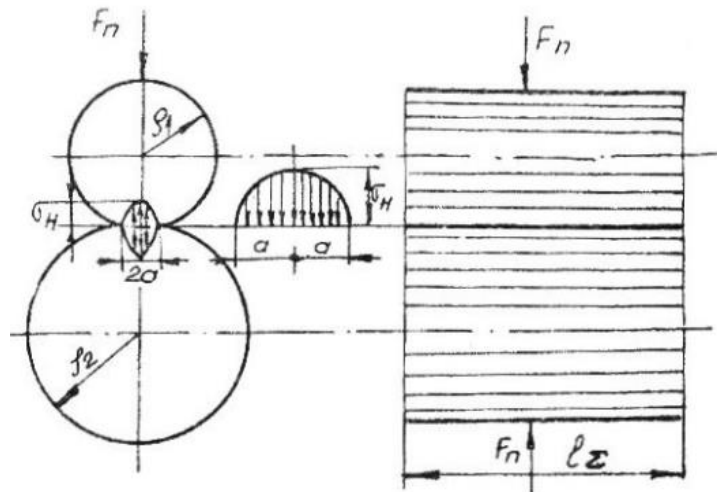


Figura 2.23.

În realitate, suprafețele în contact au mișcări relative, suprafețele sunt unse, apar forțe de frecare. Chiar și în aceste condiții, relațiile lui hertz au dus la rezultate satisfăcătoare. Dacă se consideră două suprafețe cilindrice (figura 2.23.) cu axe paralele de raze ρ_1 și ρ_2 confecționate din materiale cu module de elasticitate E_1 și E_2 . Contactul dintre cei doi cilindri se face prin deformarea lor după o suprafață dreptunghiulară.

2.5.6. Solicitări variabile

Experiența a arătat că, piesele supuse unor solicitări variabile și repetate se distrug după un anumit timp de funcționare, deși tensiunea din piesă este sub limita de rupere sau chiar sub rezistența admisibilă de la solicitarea statică. Acest fenomen este cunoscut sub denumirea de oboseala materialelor. Oboseala se manifestă la arbori și osii, șine de cale ferată, biele, dinții roților dințate, etc.

Organele de mașini la care apare fenomenul de oboseală trebuie dimensionate astfel încât să nu se distrugă, indiferent de timpul de funcționare. Atunci când se impune o durabilitate limitată, dimensionarea trebuie făcută încât organul de mașină să prezinte garanție pentru durata impusă de funcționare.

Solicitările variabile pot avea variații semnificative în timp, care pot fi descrise cantitativ printr-o funcție matematică explicită, periodică sau neperiodică, astfel încât în orice moment al istoriei solicitării să poată fi specificată univoc intensitatea acesteia. Solicitățile variabile care prezintă în mod esențial această caracteristică se numesc solicitări variabile deterministe.

Cazul cel mai general este acela în care variația tensiunilor este aleatorie adică nu poate fi stabilită anticipat prin relații deterministe. Solicitățile aleatorii prezente în diverse domenii ale tehnicii se întâlnesc de obicei la vehicule, fie la avioane, automobile sau nave.

Dacă pe toată durata de aplicare a solicitării variabile, tensiunile variază între aceste valori (σ_{\max} și σ_{\min}), atunci se zice că ciclurile sunt staționare. În majoritatea cazurilor în dreptul unui punct dintr-un organ de mașină, în cazul ciclurilor staționare, tensiunile au o variație periodică. Această variație poate fi asimilată cu o sinusoidă având ecuația:

$$\sigma = \sigma_m \neq \sigma_v \cdot \sin \omega \cdot t$$

unde: ω constituie pulsația variației periodice.

Totalitatea valorilor pe care le ia tensiunea în timpul unei perioade T a solicitării periodice, formează un ciclu de tensiune. Elementele caracteristice ale ciclului de tensiune sunt prezentate în figura 2.24.:

- tensiunea maximă: $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_v$
- tensiunea minimă: $\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_v$
- tensiunea medie: $\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{max} + \sigma_{min})$
- amplitudinea tensiunilor: $\sigma_v = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min})$
- coeficientul de asimetrie: $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$

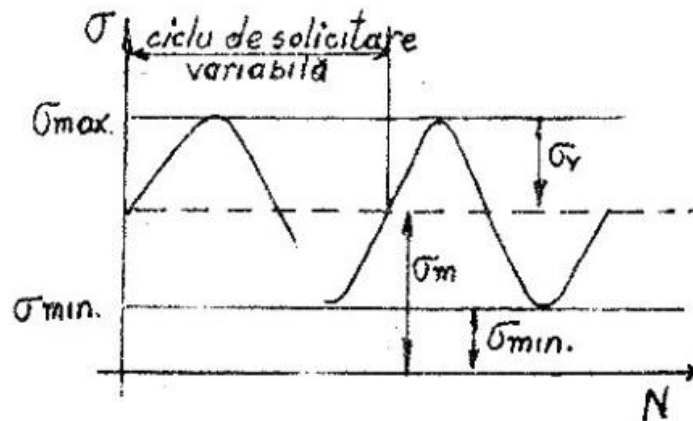


Figura 2.24.

Mărimea coeficientului de asimetrie definește natura unui ciclu de tensiuni. Ciclurile cu același coeficient de asimetrie se numesc cicluri asemenea. Se disting următoarele cicluri de solicitare în funcție de valoarea coeficientului de asimetrie (figura 2.25.).

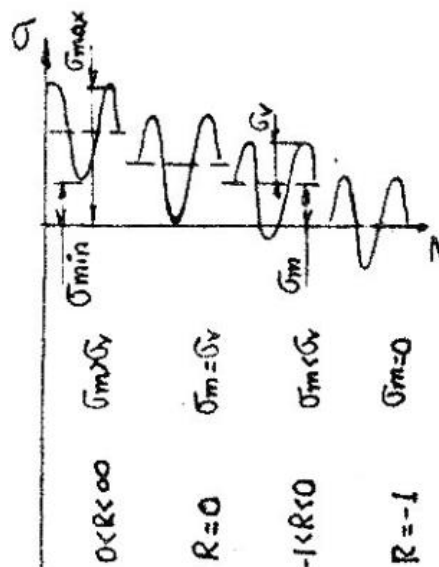


Figura 2.25.

- *solicitare statică*, dacă tensiunea își menține valoarea constantă:
 $\sigma_{min} = \sigma_{max} = \sigma_m$;

- *solicitare oscilantă*, dacă când tensiunea în timpul solicitării își păstrează semnul:
 $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} > 0$;
- *solicitare pulsantă*, dacă una dintre tensiunile limită este egală cu zero:
 $\sigma_{\min} = 0$; $\sigma_m = \sigma_v = \frac{1}{2}$;
- *solicitare alternantă*, dacă tensiunea își schimbă semnul în timpul solicitării:
 $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} < 0$
- *solicitare alternant simetrică*, dacă tensiunile limită au aceeași valoare, dar sensul contrar:
 $\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$; $\sigma_m = 0$; $\sigma_v = \sigma_{\max}$

Solicitarea statică, oscilantă și pulsantă pot fi pozitive sau negative, după cum tensiunea medie (σ_m) este de întindere sau compresiune. Stările de solicitare variabilă cu tensiuni tangențiale sunt caracterizate prin aceleași elemente ca și stările cu tensiuni normale.

Din relațiile indicate mai sus rezultă că orice ciclu de tensiune poate fi considerat rezultatul suprapunerii unui ciclu simetric de amplitudine σ_v , peste o tensiune statică, care este tensiune medie σ_m .

2.5.6.1. Curbe de oboseală

Pentru determinarea rezistenței la oboseală a unui material se fac încercări pe mașini construite în acest scop trasându-se curba de durabilitate (curba Wöhler) care reprezintă variația tensiunii în funcție de numărul ciclurilor de solicitare N . În general încercările la oboseală urmăresc două feluri de mărimi:

- valoarea tensiunii maxime a ciclului, la care epruveta nu se mai rupe după un număr dar de cicluri (numită bază la încovoiere), mărimea căreia i s-a dar denumirea de rezistență la oboseală sau limită de oboseală;
- numărul de cicluri la care epruveta supusă unor solicitări superioare rezistenței la oboseală se rupe. În primul caz materialul se studiază în zona durabilității nelimitate, în al doilea caz se studiază durabilitatea limitată.

În urma încercărilor se determină perechile de valori σ , N la care epruvetele se rup (figura 2.26.). Micșorând continuu tensiunea din epruvetă nu se mai rupe chiar la un număr foarte mare de cicluri curba Wöhler tinzând către o asimptotă orizontală. Această valoare a tensiunii σ_{\max} măsoară rezistența la oboseală a materialului la solicitarea la care a fost supus. Practic, încercarea epruvetelor, care nu se rup este întreruptă pentru oțel la număr de cicluri $N_0 = N_B = 10^7$ care se mai numește durabilitate la oboseală sau bază pentru determinarea rezistenței la oboseală. Pentru aliaje neferoase numărul de cicluri de bază este 10^8 .

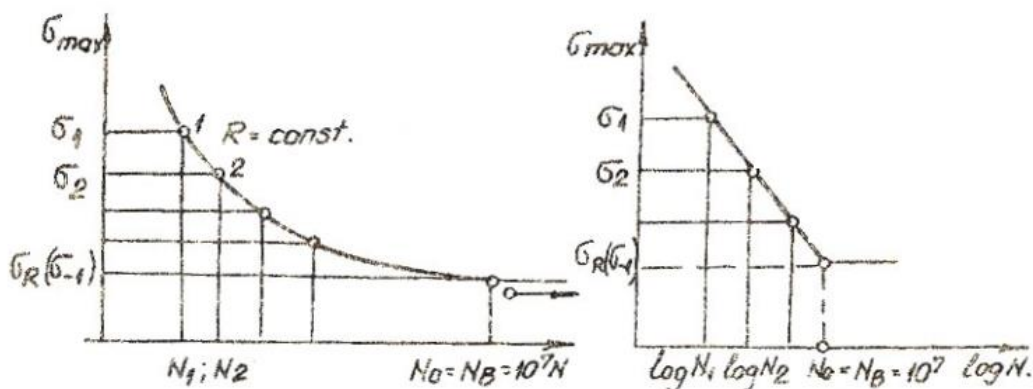


Figura 2.26.

În vederea liniarizării curbei Wöhler se folosește reprezentarea acesteia în coordonate semilogaritmice (σ , \log , N). Spre deosebire de caracteristicile mecanice de rezistență la solicitările statice, orice material are o infinitate de rezistențe la oboseală, după valoarea coeficientului de asimetrie și după felul solicitării. Ca urmare, simbolurile σ și τ pentru rezistența la oboseală vor fi însoțite în general de indicele R (gradul de asimetrie) având o anumită valoare numerică, în particular -1 pentru solicitările alternant simetrice sau 0 pentru ciclurile pulsatorii.

Deoarece încercarea la oboseală necesită un consum mare de timp și un număr mare de epruvete, iar valoarea rezistenței la oboseală depinde de material, de natura solicitării variabile și de coeficientul de asimetrie R , literatura tehnică nu prezintă rezistența la oboseală pentru toate materialele și solicitările. De aceea, pentru calculul rezistenței la oboseală se pot folosi unele relații empirice și anume:

- pentru oțel: $\sigma_{-1} = (0,4 - 0,5)\sigma_r$;
- pentru materiale neferoase: $\sigma_{-1} = (0,25 - 0,5)\sigma_r$;

2.5.6.1.1. Rezistența la durabilitate limitată

Tensiunea maximă a ciclului care poate fi suportată la o durabilitate de N cicluri se numește rezistența la durabilitate limitată (σ_N , τ_N). Aceasta se exprimă cu ajutorul curbei Wöhler exprimată prin relația: $N \cdot \sigma_N^m = \text{constant}$.

unde: N și σ_N sunt coordonatele unui punct curent al curbei de oboseală. Pentru oțeluri coeficientul $m = 6 - 9$, unde valorile minime sunt valabile pentru oțeluri cu proprietăți plastice ridicate (normalizate și îmbunătățite) iar valorile maxime se aplică oțelurilor călite:

$$\sigma_N^m \cdot N = \sigma_N^m \cdot N_B \text{ de unde: } \sigma_N = \sigma_R \cdot \sqrt[m]{N_B/N} \text{ sau}$$

$$\sigma_N = C \cdot \sigma_R \text{ de unde: } C = \sqrt[m]{N_B/N}$$

Pentru $N > N_B$, $\sigma = 0$. Calculul de rezistență la oboseală făcut în zona $0 < N < N_B$ (în zona durabilității limitate a curbei Wöhler), se numește calcul la durabilitate. Pentru piesele din oțel calculul la durabilitate. Pentru piesele din oțel calculul la durabilitate se face în domeniul $N = 10^4 - 2 \cdot 10^6$ cicluri de solicitare.

2.5.6.1.2. Diagramele rezistențelor la oboseală

Variația rezistenței la oboseală în funcție de ciclul de solicitare se reprezintă grafic prin diagramele rezistențelor la oboseală numite și diagramele ciclurilor limită. Cea mai largă utilizare o au diagramele rezistențelor la oboseală în coordonate σ_v și σ_m cunoscute sub denumirea de diagrame tip Haigh (figura 2.27.). în cazul ciclului limită alternant simetric $\sigma_m = 0$ iar $\sigma_v = \sigma_{\max} = \sigma_{-1}$. Pentru ciclul limită static $\sigma_v = 0$ și $\sigma_m = \sigma_{\max} = F_m(\sigma_r)$. În diagrama Haigh ciclurile limită alternant simetric și static sunt reprezentate prin punctele A și B. Ciclul pulsator $\sigma_v = \sigma_m = \sigma_0/2 = \sigma_{\max}/2$ este reprezentat de punctul C situat pe bisectoarea axelor de coordonate. Curba ABC reprezintă curba ciclurilor limită. Punctul A corespunde ciclului limită pulsator. Între punctele C și B sunt cuprinse ciclurile limită oscilante, punctul B corespunzând ciclului limită static.

Rezistența la oboseală corespunzătoare unui ciclu limită reprezentat în diagramă de punctul L este:

$$\sigma_R = \sigma_{\max \cdot L} = \sigma_{mL} + \sigma_{vL} = \overline{OM} + \overline{ML}$$

Locul geometric al ciclurilor cu același coeficient de asimetrie ($R=\text{constant}$), numite cicluri asemenea, este dreapta care trece prin originea sistemului de coordonate (OL).

Coeficientul de asimetrie are valoarea: $R = \frac{\sigma_{\min L}}{\sigma_{\max L}} = \frac{\sigma_{mL} - \sigma_{VL}}{\sigma_{mL} + \sigma_{VL}} = \frac{\overline{OM} - \overline{ML}}{\overline{OM} + \overline{ML}}$. Dacă se cunoaște coeficientul de asimetrie punctul L se determină intersectând curba AB cu o dreaptă dusă din origine sub unghiul α : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_{VL}}{\sigma_{mL}} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1 - \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}}{1 + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}} = \frac{1-R}{1+R}$ unde se poate obține ecuația dreptei respective (figura 2.27.):

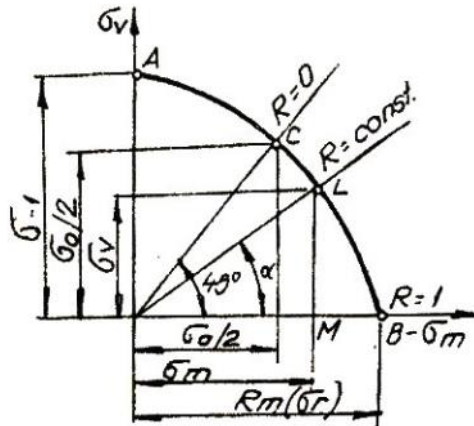


Figura 2.27.

de unde se poate obține ecuația: $\sigma_{VL} = \frac{1-R}{1+R} \cdot \sigma_m$. Ținând cont că $\sigma_R = \sigma_{mL} + \sigma_{VL}$ rezultă: $\sigma_{mL} = \frac{1+R}{2} \cdot \sigma_R$ și $\sigma_{VL} = \frac{1-R}{2} \cdot \sigma_R$, unde: σ_R și R rezultă de pe diagrama Wöhler.

Pentru materialele fără limită de curgere pronunțată rezistența la solicitarea statică este rezistența la rupere σ_R . În cazul materialelor tenace, cu palier de curgere, domeniul tensiunilor admisibile se limitează până la tensiunea de curgere, pe baza condiției $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_v = \sigma_C$, ceea ce conduce la o dreaptă înclinată cu 135° față de axa absciselor (figura 2.28.).

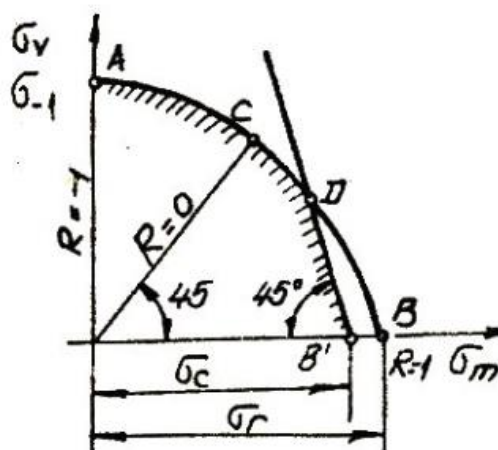


Figura 2.28.

În reprezentare σ_v și σ_m din figura 2.28., locul geometric al ciclurilor cu aceeași tensiune medie ($\sigma_m = \text{constant}$), constituie o dreaptă verticală pe când locul geometric al ciclurilor cu

aceeași amplitudine ($\sigma_v = \text{constant}$) o dreaptă orizontală. Ciclurile cu aceeași tensiune minimă ($\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_v = \text{constant}$) se află pe o dreaptă paralelă cu prima bisectoare a sistemului de referință, deci înclinată cu 45° iar ciclurile cu aceeași tensiune maximă ($\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_v = \text{constant}$) pe o dreaptă paralelă cu cea a doua bisectoare înclinată cu 135° .

Trasarea unor diagrame de acest tip este dificilă deoarece necesită un număr foarte mare de determinări experimentale. Pentru acest motiv se recurge la diagrame schematizate ce pot fi trasate dacă sunt cunoscute (determinate) două sau trei din rezistențele la oboseală (σ_{-1} , σ_c , σ_r).

Astfel, diagrama Haigh se poate reprezenta schematic printr-o linie dreaptă AB (AB') purtând denumirea de schematizare de tip Goodman sau Soderberg (figura 2.29.) după cum materialele sunt fragile (σ_r) sau tenace (σ_c), (figura 2.29.a)) de ecuația: $\frac{\sigma_{mL}}{\sigma_r(\sigma_0)} + \frac{\sigma_{vL}}{\sigma_{r-1}} = 1$

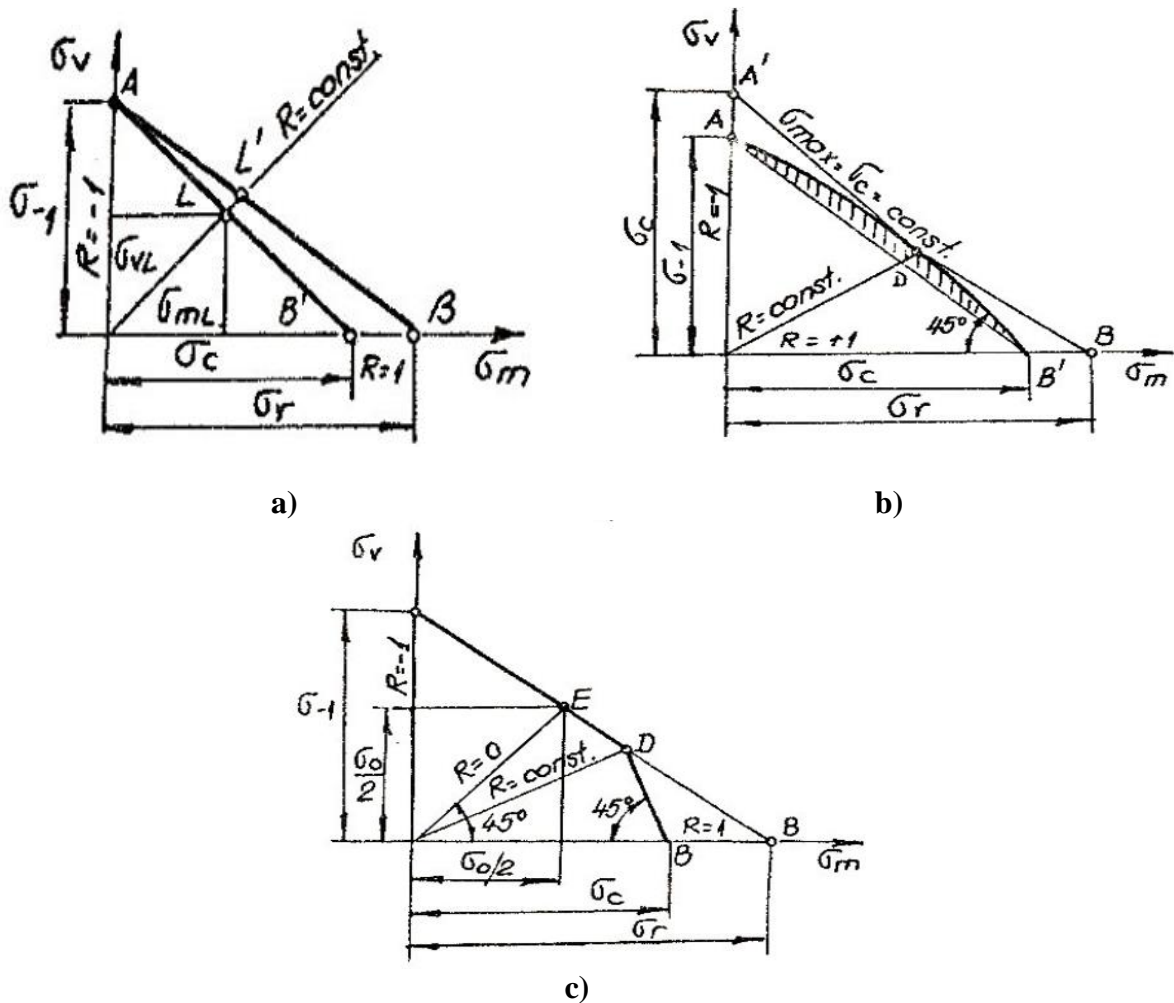


Figura 2.29.

Pentru cazul materialelor tenace se folosesc diagrame schematizate prin linii drepte. Astfel diagrama din figura 2.29.b) este schematizată prin două segmente de dreaptă AD și DB', punctul D cu o dreaptă dusă prin B' sun un unghi de 45° față de axa $O\sigma_m$.

Orice punct de pe dreapta B'D reprezintă un ciclu limită având $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_v = \sigma_c$. Punctele de pe dreapta AD reprezintă ciclurile limită a căror rezistență la oboseală este cuprinsă între $\sigma_{-1} - \sigma_c$. Comparativ cu schematizarea Goodman, zona hașurată prezintă câștigul de capacitate portantă pentru piesă. Diagrama din figura 2.29.c) reprezintă o schematizare tip Serensen la care punctul E pune în evidență și rezistența la oboseală pentru ciclul pulsator.

2.5.6.1.3. Factori care influențează rezistența la oboseală

Rezistența la oboseală este influențată de un complex de factori care pot fi împărțiți în: factori tehnologici, factori constructive și factori de exploatare.

- *factori tehnologici* – materialul și tehnologia de fabricație. Rezistența la oboseală diferă de la un material la altul. O structură uniformă a materialului granulația fină, realizarea unui fibraj longitudinal prin laminare și forjare, tratamente termice, tratamente termice, tratamente termochimice sau tratamente mecanice superficiale măresc rezistența la oboseală. O influență hotărâtoare în creșterea rezistenței la oboseală o are ridicarea purității oțelului.

Influența stării suprafeței piesei și prelucrarea ei este datorată următoarelor aspecte: pe suprafața piesei se produc tensiuni maxime în cazul solicitărilor de încovoiere și răsucire, pe suprafață apar zgârieturi datorită prelucrărilor, care constituie amorse de fisuri, prin prelucrare mecanică, grăunții cristalini sunt în parte distruși, constituind puncte slabe, în apropierea suprafeței se produce tensiuni interne care pot avea efect favorabil sau defavorabil, la suprafața piesei se manifestă acțiunea corozivă a mediului.

Calitatea suprafeței este pusă în evidență în cazul rezistenței la oboseală prin intermediul coeficientului de calitate a suprafețelor: $\gamma = \frac{\sigma_{R,p}}{\sigma_R}$ în particular pentru ciclul

$$\text{alternant simetric: } \gamma = \frac{\sigma_{-1p}}{\sigma_{-1}}$$

unde: $\sigma_{R,p}$ reprezintă rezistența la oboseală a unei epruvete cu o suprafață oarecare;

σ_R reprezintă rezistența la oboseală a epruvetei cu suprafața șlefuită.

- factori constructivi** cercetări teoretice și experimentale au arătat că în locurile de variație bruscă a secțiunilor transversale (în dreptul găurilor, găturilor, canale de pană, filete, etc.) și în zona contactelor dintre corpurile solide se produc concentrări de tensiune. Tensiunile au valori atât mai mari cu cât schimbarea de secțiune este mai bruscă iar raza de racordare este mai mică. Astfel pentru diverși concentratori, tensiunile cresc de la valoarea nominală calculată cu formule uzuale (σ_n) la o valoare maximă σ_M (figura 2.30.).

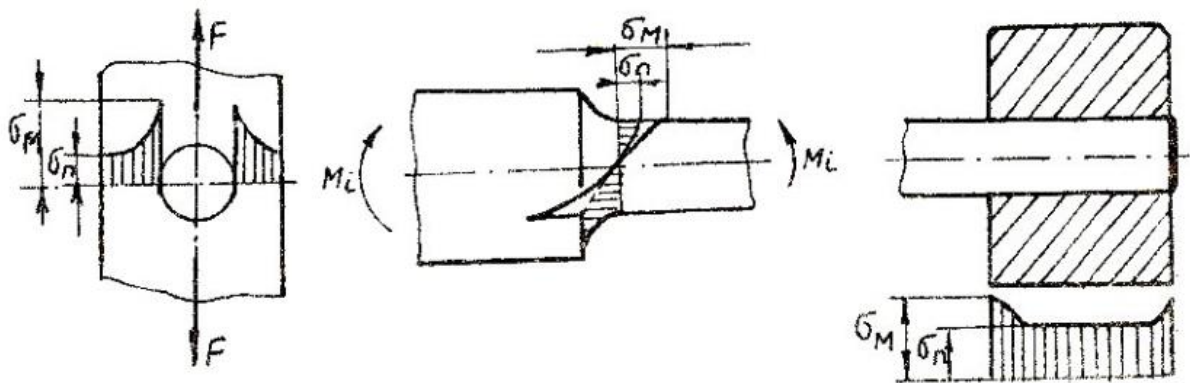


Figura 2.30.

Concentrarea tensiunilor este pusă în evidență prin coeficientul de concentrare al tensiunilor, definit ca raport între rezistența la oboseală a epruvetei netede și rezistența la oboseală a piesei cu concentrator:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_R}{\sigma_{Rx}}; \quad K_\tau = \frac{\tau_R}{\tau_{Rx}}; \quad K_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}}; \quad K = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}}$$

De obicei acest coeficient este determinat pentru solicitări alternant simetrice. La ciclurile asimetrice, coeficientul se va aplica numai părții variabile a ciclului. Cercetările au arătat că acest coeficient depinde de tipul concentratorului și de deprinde de material. În lipsa datelor experimentale coeficientul teoretic de concentrare α_k de la solicitări statice. Coeficientul de concentrare în cazul solicitărilor variabile are o valoare mai mică decât în cazul solicitărilor statice:

$$K_\sigma = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1)$$

unde: η_k reprezintă coeficientul de sensibilitate la creștături

Pentru oțeluri de mare rezistență acest coeficient are valoare apropiată de unitate. Practica a arătat că pentru piese similare din punct de vedere geometric, cu aceeași stare a suprafeței și confecționate din același material, rezistența la oboseală se definește ca fiind ca fiind factorul dimensional ε ca raport dintre rezistența la oboseală σ_{Rd} a unei piese sau epruvete de diametru oarecare d și rezistența la oboseală σ_R a unei epruvete cu diametrul d_0 standard $\varepsilon = \frac{\sigma_{Rd}}{\sigma_R}$, de obicei: $\varepsilon = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}$.

Din cele arătate mai sus se poate observa că factorul concentrării tensiunilor este supraunitar, ceilalți factori (ε , γ) fiind subunitari.

b. factori de exploatare:

- *rezistența la oboseală* are valoarea minimă în cazul ciclurilor alternant simetrice. La solicitarea de încovoiere, rezistența la oboseală are valoare mai mare decât în cazul solicitărilor axiale, cea mai mică rezistență la oboseală obținându-se la solicitările de răsucire;
- *suprasolicitările* sunt favorabile, adică duc la creșterea rezistenței la oboseală atunci când depășesc limita de oboseală li au durată scurtă de aplicare. Pe durată lungă, efectul suprasolicitării este defavorabil;
- *temperatura*, creșterea temperaturii conduce la scăderea rezistenței la oboseală;
- *frecvența solicitării*, până la 1000Hz, la încercările în aer, rezistența la oboseală este practic independentă de frecvența solicitării, prezentând însă creșteri în domeniul frecvențelor foarte ridicate;
- *coroziunea chimică*, rezistența la oboseală se micșorează considerabil dacă piesele lucrează în mediu coroziv.

Din cele arătate mai sus, rezultă că există mijloace pentru creșterea rezistenței la oboseală a organelor de mașini. Acestea pot fi împărțite în mijloace constructive, tehnologice și de exploatare. Ca mijloace constructive pot fi enumerate: prelucrarea cu raze de racordare mari a trecerilor de la o secțiune la alta, existența canalelor de descărcare în zona de trecere de la butuc la arbore presat, etc. ținând cont că amorsele de fisuri pornesc de la suprafața piesei, ca mijloace tehnologice se recomandă: rularea cu role, ecrusarea cu jet de alic, aplicarea unor tratamente termice sau termochimice, etc.

Mijloacele de exploatare constau în: evitarea loviturilor și zgârieturilor care pot deveni amorse de fisuri, protecția contra coroziunii, preîntâmpinarea supraîncărcărilor, montarea îngrijită, ungerea pieselor în frecare, etc.

2.5.6.1.4. Calculul de rezistență la oboseală

Calculul la oboseală este un calcul de verificare, deoarece rezistența la oboseală depinde de o serie de factori care implică cunoașterea formei și a dimensiunilor piesei, a tehnologiei de fabricație. Verificarea la solicitarea variabilă constă în calculul coeficientului de siguranță al solicitării produse în secțiunile periculoase ale piesei. Calculați, coeficienții de siguranță trebuie comparați cu valorile din practică. Cu cât elementele de calcul sunt mai certe se pot folosi valori mici ale coeficientului de siguranță (de ordinul $c = 1,25 - 1,3$). Cu cât incertitudinea asupra

calității materialului și supra stării de solicitare este mai mare, coeficientul de siguranță trebuie să fie mai mare, putându-se adopta ca limită superioară, $c = 3$.

Se definește drept coeficient de siguranță la o solicitare variabilă raportul dintre rezistența la oboseală a piesei și tensiunea maximă produsă de piesă:

$$C = \frac{\sigma_{R \text{ piesă}}}{\sigma_{\max}}, \text{ respectiv } C = \frac{\tau_{R \text{ piesă}}}{\tau_{\max}}$$

Rezistența la oboseală la oboseală a piesei se poate exprima în funcție de cea a epruvetei prin intermediul coeficientului de concentrare K_{σ} , factorul dimensional ε și coeficientul de calitate a suprafeței γ :

$$\sigma_{R \text{ piesă}} = \frac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_{\sigma}} \cdot \sigma_R; \quad \tau_{R \text{ piesă}} = \frac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_{\tau}} \cdot \tau_R;$$

Astfel coeficientul de siguranță al solicitării variabile devine:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_{\sigma}} \cdot \frac{\sigma_R}{\sigma_{\max}}; \text{ respectiv } C = \frac{\varepsilon \cdot \gamma}{K_{\tau}} \cdot \frac{\tau_R}{\tau_{\max}}$$

unde: σ_R și τ_R reprezintă rezistența la oboseală determinată pe epruvete pentru ciclul cu gradul de asimetrie R.

În cazul ciclurilor asimetrice, în afară de componenta variabilă σ_v , există și o componentă statică σ_m , ceea ce face posibil cedări ale pieselor, caracteristicile solicitărilor statice. Ca urmare după caz, la solicitările variabile se vor calcula și coeficienți de siguranță față de limita de curgere sau față de rezistența la rupere:

$$C_0 = \frac{\sigma_c}{\sigma_{\max}}; \text{ respectiv } C_0 = \frac{\sigma_r}{\sigma_{\max}}$$

În cazul particular al solicitărilor prin cicluri simetrice, când solicitarea variabilă este caracterizată de un singur parametru $\sigma_v = \sigma_{\max} = |\sigma_{\min}|$ coeficientul de siguranță la oboseală este:

$$C = \frac{\sigma_{R \text{ piesă}}}{\sigma_v}; \text{ respectiv } C = \frac{\tau_{R \text{ piesă}}}{\tau_v}$$

În cazul ciclurilor asimetrice, expresia coeficientului de siguranță depinde de două elemente și anume:

- modul de schematizare a diagramelor rezistențelor la oboseală;
- criteriul de alegere a rezistenței la oboseală utilizată în calcule.

Calculul coeficientului de siguranță este o raportare a solicitării reprezentate prin punctul M la o solicitare limită corespunzătoare unui punct L de pe curba ciclurilor limită. Expresia coeficientului de siguranță depinde de poziția punctului L, adică rezistența la oboseală aleasă pentru calcul (figura 2.31.).

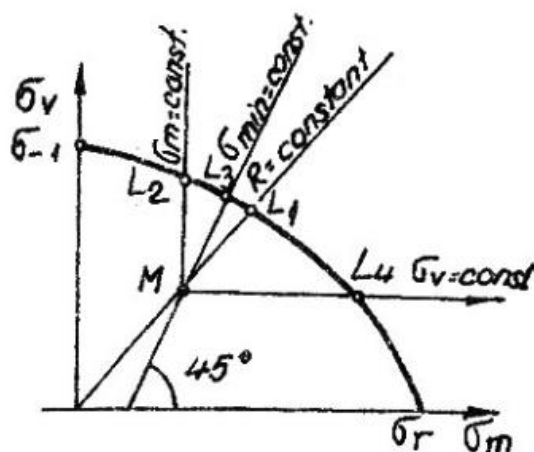


Figura 2.31.

Pentru determinarea rezistenței la oboseală este recomandabil să se stabilească dacă este posibil, modul cum ar putea crește solicitarea variabilă dată. Prin reprezentarea legii de creștere a solicitării variabile se intersectează curba ciclurilor limită și se obține punctul L, care se referă la rezistența la oboseală căutăată. Acest mod de alegere a rezistenței la oboseală poate avea o serie de cazuri particulare, printre care calculul pe baza aceluiași coeficient de asimetrie, respectiv aceeași tensiuni medie, tensiune minimă, etc.

Coeficientul de siguranță este definit ca raport între tensiunea maximă ciclului limită L și tensiunea maximă a ciclului real din piesă:

$$C = \frac{\sigma_{\max L}}{\sigma_{\max}}$$

De cele mai multe ori calculul se conduce după criteriul Soderberg folosind rezistența la oboseală de același coeficient de asimetrie ca al ciclului dar ($R = \text{constant}$) chiar dacă creșterea tensiunilor nu se produce prin cicluri asemenea.

Dacă pentru schematizarea printr-o linie dreaptă folosind criteriul Soderberg ($R = \text{constant}$) ca în figura 2.32., atunci coeficientul de siguranță al solicitării poate fi exprimat:

$$C = \frac{\sigma_{R(L)}}{\sigma_{\max(M)}} = \frac{\sigma_{mL} + \sigma_{vL}}{\sigma_{mM} + \sigma_{vM}} = \frac{\sigma_{mL}}{\sigma_{mM}} = \frac{\sigma_{vL}}{\sigma_{vM}}, \text{ sau renunțând la indicii punctului M rezultă:}$$

$$C = \frac{\sigma_{mL} + \sigma_{vL}}{\sigma_m + \sigma_v} = \frac{\sigma_{mL}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{vL}}{\sigma_v}$$

2.5.6.1.5. Metodica de calcul la oboseală

Calculul la oboseală cuprinde următoarele etape:

- determinarea dimensiunilor piesei prin calcul obișnuit de rezistență;
- determinarea tensiunilor nominale în secțiunea periculoasă a piesei cu formule uzuale de rezistență a materialelor;
- stabilirea caracteristicilor mecanice ale materialului: σ_{-1} ; τ_{-1} ; σ_0 ; τ_0 ; σ_c ; σ_r ;
- stabilirea factorilor care influențează rezistența la oboseală: K_σ ; K_τ ; ϵ ; γ ;
- determinarea rezistenței la oboseală a piesei prin ciclul asimetric: $\sigma_{-1 \text{ piesă}} = \frac{\epsilon \cdot \gamma}{K_\sigma} \cdot \sigma_{-1}$;
- în final alegând diagrama schematizată și legea de trecere de la ciclul real din piesă la cel limită, se calculează coeficientul de siguranță.

2.6. Solicitări compuse

2.6.1. Cazuri de solicitări compuse

Solicitarea compusă apare atunci când într-o secțiune a unei piese solicitate, apar două sau mai multe din cele cinci solicitări simple. După felul tensiunilor în secțiunea solicitată se disting trei cazuri de solicitări compuse:

- solicitări la care tensiunile componente sunt numai tensiuni normale σ provocate de forțe axiale F și momente încovoietoare;
- solicitări la care tensiunile componente sunt numai tensiuni tangențiale τ produse prin solicitări de forfecare și răsucire;
- solicitări în care tensiunile componente sunt atât normale σ cât și tensiuni tangențiale τ provocat de acțiunea simultană a unui moment de încovoiere M_i și a unui moment de răsucire M_t , a unei forțe axiale și a unei forțe tăietoare, etc.

Pentru calculele de rezistență din primele două cazuri se aplică principiul suprapunerii efectelor. Principiul se aplică numai dacă noțiunile în secțiune solicitată sunt în domeniul de elasticitate. Potrivit acestui principiu dacă asupra unei piese executată dintr-un material liniar-elastic (materiale care respectă legea lui Hooke) se aplică mai multe forțe, atunci se pot calcula tensiunile, deplasările și deformațiile produse de fiecare solicitare în parte, iar efortul de ansamblu a tuturor forțelor se obține prin însumarea efectelor cauzate de fiecare forță în parte.

Condiția de rezistență se scrie pentru punctul de solicitare maximă din secțiunea periculoasă a piesei în primele două cazuri de solicitări compuse punctul de solicitare maximă corespunde situației când cele două tensiuni componente se adună aritmetic:

$$\sigma_{\max} = \sigma_t + \sigma_i \leq \sigma_a; \tau_{\max} = \tau_t + \tau_i \leq \tau_a;$$

unde: σ_t și σ_i sunt tensiuni efective normale la solicitarea de întindere respectiv încovoiere, iar τ_t și τ_i sunt tensiunile tangențiale efective din cazul solicitărilor de forfecare și răsucire. σ_a și τ_a sunt: rezistențe admisibile la solicitarea simplă de întindere respectiv de forfecare.

În cel de al treilea caz, deoarece nu se cunoaște dacă starea de solicitare este sau nu periculoasă au fost emise teorii de rezistență (numite și teorii de rupere sau teorii ale stărilor limită) prin care se calculează tensiunile echivalente σ_{echiv} , care se compară cu starea limită (tensiunea limită) din cazul solicitării de întindere mono-axială.

Mărimile ce caracterizează o stare de tensiuni sunt: tensiunea normală, lungirea specifică, tensiunea tangențială, lucrul mecanic specific la deformație (σ , ϵ , τ , U). Dimensionarea se face astfel ca starea de solicitare care la apariția în piesă în timpul funcționării, să nu ajungă la o anumită stare limită cum este limita de proporționalitate sau chiar limita de curgere.

Încercările experimentale au arătat că la solicitarea de întindere, în momentul ruperii, tensiunile normale și tangențiale (σ și τ), deformația specifică (ϵ) și energia specifică de deformație (U), ating anumite valori corespunzătoare materialului respectiv. Se poate spune că ruperea ca stare limită este caracterizată de întindere simplă când unul dintre acești parametri a atins o stare limită și ceilalți factori ating aceeași stare limită.

Spre deosebire de solicitare de întindere simplă, în cazul stării complexe de solicitare, caracterizată prin tensiunile principale $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, se constată că, după unul din factorii enumerați ($\sigma, \epsilon, \tau, U$) atinge o stare limită ceilalți au valori diferite de cele care caracterizează această stare la întinderea simplă.

De aceea pentru asemenea stări de solicitare, pentru a caracteriza o anumită stare limită se folosesc o serie de criterii cunoscute sub numele de teorii de rezistență pe baza cărora se stabilesc relațiile în care se află tensiunile unitare principale $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ în momentul atingerii unei stări limită. Considerând drept stare limită tensiunea admisibilă a materialului σ_a la

întindere simplă, acestea criterii numite și ipoteze ale stărilor limită stabilesc pentru starea de solicitare pe mai multe direcții o tensiune echivalentă care se compară cu rezistența admisibilă:

$$\sigma_{\text{echiv.}} = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq \sigma_a$$

2.6.1.1. Relații de calcul pentru tensiunea echivalentă

Într-un punct oarecare al unui corp elastic, componentele tensiunilor totale pe trei plane perpendiculare între ele determină torsorul tensiunilor:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_y & z_{xy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_z \end{pmatrix}$$

Componentele deformațiilor determină torsorul deformațiilor:

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \frac{1}{2}\gamma_{zx} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

În general legătura dintre deformațiile specifice și tensiuni poate fi scrisă sub forma: $T_\varepsilon = f(T_\sigma)$. Dacă se studiază variația tensiunilor normale și tangențiale pe toate planurile care se pot duce în jurul punctului respectiv, se ajunge la concluzia că există un sistem de trei plane perpendiculare între ele, pentru care tensiunile normale notate $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ au valori extreme, direcțiile acestor tensiuni se numesc direcții principale, tensiunile numindu-se tensiuni principale.

De-a lungul acestor direcții, tensiunile tangențiale sunt nule. Se constată că $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, dintre care în planele paralele cu una din direcțiile principale unghiuri egale cu 45° , tensiunile tangențiale sunt extreme și au valorile:

$$\tau_{12} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad \tau_{13} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_{23} = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2};$$

iar tensiunile normale din acest plan sunt egale cu semisuma tensiunilor principale respective.

În cazul stării generale de tensiuni între cele două grupuri de mărimi ale tensorului tensiunilor respectiv cel al deformațiilor există o serie de relații care alcătuiesc legea lui Hooke generalizată. Considerând că tensiunile principale au fost determinate respectând condiția de rezistență $\sigma_{\text{echiv.}} \leq \sigma_a$ conform celor patru teorii de rezistență se exprimă astfel, după:

1. *Teoria tensiunii normale maxime* care admite că o stare limită este atinsă într-un corp atunci când tensiunea normală maximă devine egală cu tensiunea corespunzătoare aceleiași stări limită de la solicitarea de întindere simplă. Deoarece în cazul stării spațiale de solicitare $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ rezultă că $\sigma_{\text{max}} = \sigma_1$ deci relația de calcul este:

$$\sigma_{\text{echiv.}} = \sigma_1 \leq \sigma_a$$

2. *Teoria deformației (lungirii) specifice maxime*, admite că starea limită este atinsă într-un corp atunci când deformația specifică maximă devine egală cu deformația corespunzătoare aceleiași stări limită de la solicitarea de întindere simplă. În cazul stării

spațiale deformațiile specifice principale respectă relația $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$, astfel că $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1$.

Deformația specifică corespunzătoare rezistenței admisibile la solicitarea de întindere simplă este $\frac{\sigma_a}{E}$, rezultă:

$$\sigma_{\text{echiv}} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq \sigma_a$$

3. *Teoria tensiunii tangențiale maxime*, care admite că starea limită este atinsă într-un corp atunci când tensiunea tangențială corespunzătoare aceleși stări limită de la solicitarea de întindere simplă.

Considerând că tensiunea tangențială maximă apare pe fața înclinată la 45° în raport cu forțele pe care acționează tensiunile normale principale σ_1 și σ_3 (σ_1 – cea mai mare tensiune, σ_3 – cea mai mică tensiune) se obține:

$$\tau_{\max} = \tau_2 = \frac{\tau_1 - \tau_3}{2}$$

Admițând drept stare limită, rezistența admisibilă la solicitarea de întindere simplă rezultă: $\tau_a = \frac{\sigma_a}{2}$, atunci $\sigma_{\text{echiv}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_a$.

4. a) *Teoria energiei de deformație* admite că starea limită este atinsă într-un corp atunci când energia specifică de deformație acumulată, devine egală cu energia specifică de deformație corespunzătoare stării limită de întindere simplă.

În cazul întinderii simple luând ca stare limită rezistența admisibilă pentru $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ rezultă că $\sigma_1 = \sigma_a$.

Teoriile de rezistență nu au fost confirmate pentru toate tipurile de materiale. Astfel încercările de laborator au arătat că teoria 1 de rezistență verifică destul de bine în cazul întinderii materialelor casante și mai puțin pentru materialele tenace. Rezultatele încercărilor făcute pe materialele tenace, de asemenea a fost verificată la încercările de compresiune pe materiale fragile. Încercările de laborator au arătat că ipoteza 4 este confirmată pentru materialele tenace.

Pentru materialele fragile unii autori recomandă folosirea teoriei stării limită a lui Mohr, care corectează teoria 3, astfel: $\sigma_{\text{echiv}} = \sigma_1 - K \cdot \sigma_2$.

unde: $K = \sigma_{rt}/\sigma_{rc}$ în care σ_{rt} reprezintă rezistența de rupere la întindere (tracțiune) respectiv σ_{rc} rezistența de rupere la compresiune. Pentru fontă $K=0,25 - 0,30$, iar pentru oțel călit $K=0,50 - 0,60$. Coeficientul de contracție care apare în relațiile lui σ_{echiv} corespunzător teoriei 2 și teoriei 4 având următoarele valori: $\nu=0,25 - 2,30$ pentru oțel; $\nu=0,23 - 2,27$ pentru fontă; $\nu=0,47$ pentru cauciuc.

2.6.2. Solicitări cu tensiuni normale și tangențiale

În această categorie de solicitare compusă se încadrează cele mai frecvente probleme din domeniul organelor de mașini. Astfel, arborii sunt organe de mașini cu mișcare de rotație destinate transmiterii momentului de torsiune organelor cu care sunt asamblate. Rolul funcțional principal al arborilor este transmiterea momentelor de torsiune (deci și solicitarea principală). În cazul în care arborii au și rolul de a menține poziția axei de rotație a elementelor susținute, torsiunea este însoțită de o solicitare de încovoiere.

După forma secțiunii arborei pot fi: plini sau inelari, după poziția lor în funcționare pot fi: verticali, orizontali, înclinați. Din punct de vedere al solicitării la care sunt supuși, arborii pot fi solicitați la: torsiune și torsiune și încovoiere. Având în vedere turația de regim, arborii pot funcționa sub turația critică sau deasupra acestei turații, purtând denumirea din acest punct de vedere de arbori rigizi sau arbori elastici.

Arborii se execută din oțeluri carbon de uz general STAS 500-80 (OL 42, OL 50, OL 60), oțeluri carbon de calitate STAS 880-88 (OLC 25, OLC 35, OLC 45), oțeluri aliate de construcție STAS 791-88 (13 CrNi30, 15 CrNi35, 18 MoCr40, 21 CrMn12, 18 CrNi13). De asemenea, arborii pot fi executați din oțel turnat care dacă este necesar, se forjează pentru a i se conferi dimensiunile necesare. Arborii pot fi executați și prin matrițare din semifabricate laminate.

Alegerea materialului este o problemă deosebit de importantă. Satisfacerea condițiilor cerute de rolul funcțional și de siguranță în exploatare (rezistență înaltă și uzură scăzută) poate fi obținută nu numai prin utilizarea oțelurilor de calitate sau aliate ci și prin întrebuintarea materialelor de uz general cu adoptarea unor soluții tehnologice optime (formă adecvată însoțită de aplicarea unor tratamente termice, termochimice sau mecanice, etc.). Oțelurile aliate se vor folosi numai dacă soluția este mai economică.

Arborii se execută din laminate trase precis pentru diametre mai mici de 140 mm; din laminate cu forjare ulterioară care aduce și o îmbunătățire calitativă, forjare din lingou (osii de locomotive și vagoane, arbori pentru motoare), matrițare, turnare când este cazul. Oțelurile aliate necesită tratamente termice de îmbunătățire. Semifabricatele obținute ca mai sus, cu adaosuri de prelucrare se prelucrează prin strunjire, urmată de netezirea suprafeței.

În calculele de proiectare, de obicei se cunosc: momentul la torsiune (M_t), puterea de transmisie (P), turația (n), încărcarea și dimensiunile organelor de mașini montate pe arbori. Este necesar să se determine dimensiunile și materialul arborelui. Calculele care se efectuează asupra arborilor sunt calculele de rezistență, rigiditatea și calcule la turație critică.

În general încărcările de bază sunt momentul de torsiune (M_t) și momentul de încovoiere (M_i). Influența forțelor de compresiune sau întindere se neglijează. Ordinea calculelor de proiectare a unui arbore este:

- *Pre-dimensionarea arborelui* ținând seama numai de momentul de răsucire:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{at}}}$$

unde: $M_t = 9.550.000 P/n$ [Nmm]

Această pre-dimensionare se efectuează și în cazurile complicate pentru care nu pot fi apreciate de la început momentele încovoietoare acceptându-se pentru τ_{at} valori între 15 și 25 MPa (valori mici adoptându-se pentru diametre mari). Înlocuind în relația generală de mai sus se obține:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_t}{0,2 \cdot \tau_{at}}}$$

De obicei se recomandă $d = (110 - 130) \sqrt[3]{P/n}$ [mm] pentru arborii de transmisie și $d = (150 - 170) \sqrt[3]{P/n}$ pentru arbori de reductoare. Atunci când condițiile funcționale limitează strict deformația unghiulară se deduce diametrul din relația de legătură cu această deformație specifică:

$$\varphi^o \frac{\pi}{180} = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p}$$

Înlocuind lungimea uzuală de referință $l=1000$ mm modulul de elasticitate transversală $G = 0,83 \cdot 10^5$ MPa și $I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ rezultă $d = k_1 \sqrt[4]{M_t}$, unde: $K_1 = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 1000 \cdot 32}{\pi^2 \cdot 0,83 \cdot 10^5 \cdot \varphi^0}}$.

Pre-dimensionarea arborelui poate fi făcută orientativ și după diametrul unui arbore asemănător cu același moment de torsiune (M_t).

- *Proiectarea formei arborelui* cunoscând forma și dimensiunile elementelor montate pe arbore.
- *Calculul de verificare*, care constă în:

a) Verificarea pe baza tensiunilor admisibile. Solicitarea de torsiune fiind însoțită de majoritatea cazurilor și de alte solicitări (încovoiere, forfecare) cauzate de forțele care acționează asupra organelor susținute, calculul cu această metodă se face la solicitarea compusă iar diametrul se stabilește pe baza teoriei a treia:

- se întocmește schema de calcul, solicitările preponderente fiind torsiunea și încovoierea;
- se stabilește linia de variație a momentului încovoiator (M_i) în cele două plane;
- se stabilește linia de variație a momentului încovoiator rezultat, punct cu punct, prin adunarea geometrică a componentelor în plan orizontal (M_{ih}) și în plan vertical:

$$M_i = \sqrt{M_{ih}^2 + M_{iv}^2}$$

- se trasează curba de variație a momentului de răsucire de-a lungul arborelui. Pot apărea tronsoane încărcate diferit sau chiar fără a fi solicitate la torsiune;
- se determină momentul echivalent (ipoteza III de rezistență):

$$M_{echiv.} = \sqrt{M_i^2 + M_t^2}$$

- se verifică tensiunea echivalentă în secțiunile cu valori maxime ale momentului încovoiator echivalent:

$$\sigma_{echiv.} = \frac{1}{W_z} \sqrt{M_i^2 + M_t^2} \leq \sigma_{ai III}$$

unde: $\sigma_{ai III}$ reprezintă rezistența admisibilă la încovoiere pentru ciclul alternativ asimetric.

b) Verificarea la oboseală a arborelui. Deoarece forma arborelui cu considerare condițiilor impuse de rolul funcțional, tehnologia de execuție și montaj are un rol important în rezistența la oboseală a arborilor trebuie ținut seama de următoarele aspecte:

- diametrele suprafețelor de montaj se aleg din șirul de numere normale (STAS 75-80). Diametrul fusurilor pentru montarea rulmenților se stabilesc după seria de dimensiuni a diametrelor interioare ale rulmenților;
- dacă arborele are mai multe canale de pană pe întreaga lungime, aceasta se dispune pe aceeași generatoare. Prezența canalelor de pană slăbesc secțiunea arborelui, ceea ce impune mărirea diametrelor tronsoanelor respective cu 5% în cazul folosirii unei singure pene și cu 10% când se folosesc două pene așezate diametral;
- zonele de racordare între două trepte cu diametre diferite se pot realiza în următoarele variante:
- rază de racordare constantă (figura 2.32.a) care se alege mai mică decât raza de racordare sau dimensiunea radicală a teșiturii pieselor montate pe treapta de diametru mai mic. Pentru arbori puternic solicitați se recomandă ca raza de racordare să fie cel

puțin egală cu $0,1 d$ unde d este diametrul trepteii mai mici. Dacă raza de racordare sau teșitura care se montează pe arbore limitează valoarea razei de racordare a arborelui, se pot introduce inele intermediare (figura 2.32.b);

- canalul circular (figura 2.32.c) pentru ieșirea pietrelor de rectificat, soluție care introduce un puternic concentrator de tensiune, se va realiza sub forma (figura 2.32.d) care asigură pe lângă accesul pietrei de rectificare și o mișcare a afectului de concentrare a tensiunilor.
- racordarea de formă specială (figura 2.32.e) urmărește mărirea razei de racordare, la treapta de diametru mai mic. Se folosesc racordări realizate cu două raze de curbura sau se execută racordarea cu degajare interioară (figura 2.32.e). Pentru mărirea rezistenței la oboseală a arborelui în secțiunile de racordare se procedează la îndepărtarea din treapta cu diametrul mai mare a materialului puțin solicitat. Aceasta se realizează prin executarea unor canale de descărcare (figura 2.32.f) sau a unor găuri (figura 2.32.g).

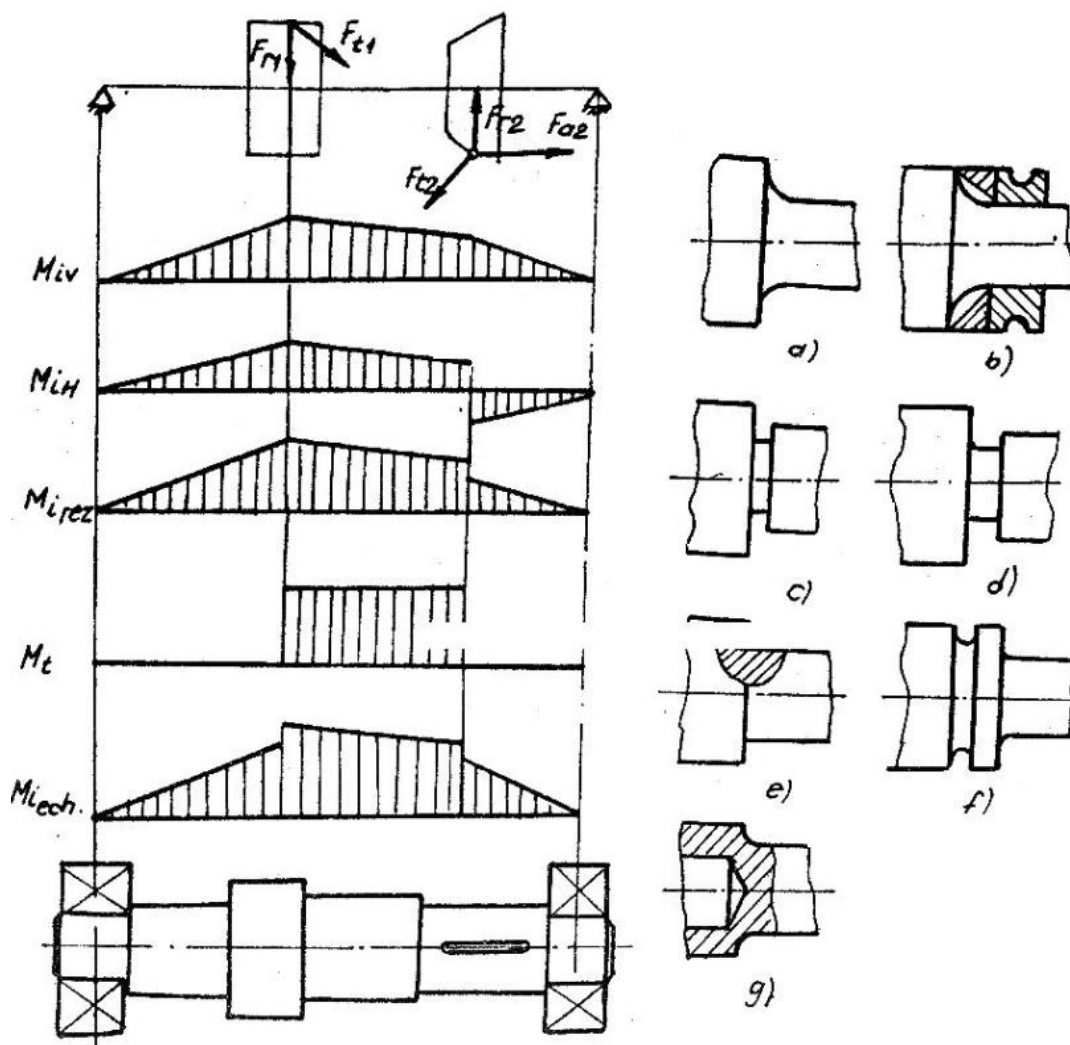


Figura 2.32

Caracterul variabil al solicitărilor arborelui este determinat nu numai de variația sarcinilor ce solicită arborele ci și de faptul că aceștia sunt antrenati în mișcare de rotație. Calculul este un calcul de verificare de determinare a coeficientului de siguranță după schematizarea Soderberg sau Serensen; considerându-se că arborele este solicitat la încovoiere în ciclu alternant simetric iar la torsiune în ciclul pulsator:

$$C = \frac{C_{\sigma} \cdot C_{\tau}}{\sqrt{C_{\sigma}^2 + C_{\tau}^2}}$$

Verificarea se face în dreptul concentratorilor de tensiuni.

- c) **Verificarea la rigiditate a arborelui.** Deformațiile arborilor cauzate de momentele încovoietoare și torsiune influențează funcționarea ansamblului. De exemplu, deformația arborelui provoacă în angrenaje concentrarea neuniformă pe lungimea de contact a dinților, sau un unghi de rotire prea mare în lagăre, poate duce la blocarea acestora. Calculul la rigiditate este un calcul de verificare care urmărește să compare deformațiile efective ale arborelui cu deformațiile maxime admisibile. Mărimea acestor deformații elastice depind de condițiile concrete de lucru și se stabilesc pentru fiecare caz în parte. De exemplu pentru arbori cu roți dințate săgeata admisibilă în dreptul acestora este de: $0,01 \cdot m$ (m – modulul roții dințate pentru roți cilindrice); $0,05 \cdot m$ pentru roți conice; $(0,0002 - 0,0003) \cdot l$ pentru arborii mașinilor unelte (l – distanța între reazeme), etc. Unghiul de rotație admisibil al arborelui în cazul rulmenților radiali este de $8 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$, $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$ la rulmenți cu role cilindrice, $5 \cdot 10^{-2} \text{ rad.}$ la rulmenți oscilanți, etc.

Calculul deformațiilor la încovoiere constă în general la determinarea săgeților maxime admisibile în zona organelor sprijinite pe arbori și a deformațiilor unghiulare în zona fusurilor. Se recomandă folosirea metodelor cunoscute la calculul deformațiilor, din rezistența materialelor:

- *Rigiditatea la torsiune*, când momentul de torsiune care încarcă arborele are valori diferite pe lungimea lui, deformația unghiulară totală poate fi scrisă ca sumă a deformațiilor unghiulare ale tronsoanelor solicitate de momente cu valori constante (figura 2.33.).

Dacă întreaga putere este preluată de roata dintr-un capăt și transmisă roților următoare, deformația totală va fi: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$.

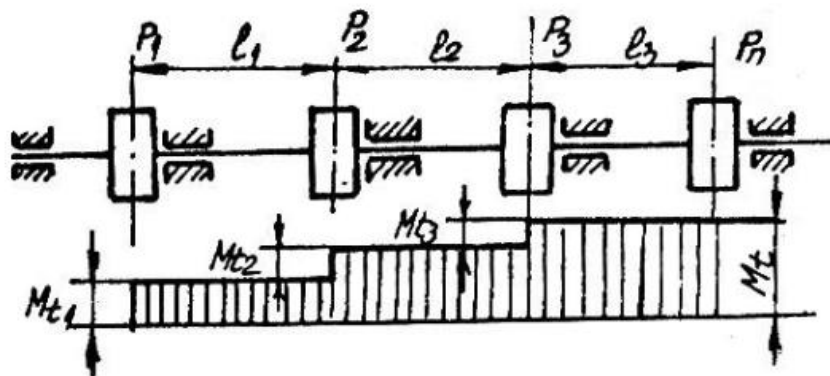


Figura 2.33.

- d. **Verificarea la turație critică.** Sarcinile variabile provoacă în arbori vibrații care în anumite condiții periclitează rezistența lor. Vibrațiile sunt întreținute de forțele exterioare. Atunci când perioada variației forțelor exterioare care acționează asupra arborelui este egală cu perioada vibrațiilor proprii se produce fenomenul de rezonanță, când amplitudinea vibrațiilor crește foarte mult ducând la apariția de eforturi care depășesc rezistența admisibilă a materialului ducând la ruperea acestuia.

Verificarea la vibrații se face determinând turația critică și care apare acest fenomen și compararea ei cu cea de regim. Turația de regim trebuie să fie mai mică decât cea de rezonanță (arbori rigizi) sau mai mare decât turația de rezonanță (arbori elastici).

CAPITOLUL 3

FORȚE CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA ELEMENTELOR MAȘINILOR ȘI ORGANELOR DE MAȘINI

În general asupra unei mașini sau mecanism pot acționa următoarele categorii de forțe și moment: forțe motoare, forțe de rezistență tehnologică (utilă), forțe elastice și forțe de inerție (masice). Acestea pot fi clasificate după două criterii principale:

- a. caracterul mișcării transmise;
 - b. poziția ocupată de forță în raport cu sistemul mecanic.
- a. După caracterul mișcării transmise,** forțele și cuplurile pot fi motoare sau rezistențe. Forțele motoare pot fi propriu-zise (provenite din transformările energetice sau din acumulare de energie mecanică) și forțe motoare induse (forțe elastice, forțe de inerție (masice) sau forțe gravitaționale). Forțele și cuplurile rezistente se împart în forțe de rezistență tehnologică și forțe de rezistență pasivă. Forțele de rezistență pasivă pot fi disipative (forțe de frecare cu mediul, forțe de frecare din cuplele cinematice) și recuperative (forțe elastice și forțe masice).
- b. Din punct de vedere a poziției forței față de sistemul mecanic,** forțele pot fi exterioare (forțe motoare propriu-zise, forțe de rezistență utilă – tehnologice, forțe de frecare cu mediul, forțe elastice, forțe masice și forțe gravitaționale). Și interioare (forțe de inerție, reacțiuni din cuplele cinematice, forțele de frecare din cuplele cinematice). Forțele motoare (F_m) sau cuplurile motoare (M_m), acționează în sensul elementelor conducătoare, producând lucru mecanic, pozitiv adică $dL_m = \overline{F}_m \cdot \overline{d}_s = F_m \cdot d_s \cos \alpha > 0$ (forța și viteza punctului de aplicație a forței formează un unghi ascuțit $dL_m = F_m V \cdot d_t > 0$). Forța motoare acționează în sensul accelerării mișcării (figura 3.1.a). Forțele sau cuplurile rezistente (F_r , M_r) (figura 3.1.b) se aplică elementelor conduse ale mașinii, acționând în sens contrar mișcării mașinii determinând frânarea mașinii. Acestea produc lucru mecanic negativ.

$$dL_r = F_r d_s = F_r d_s \cdot \cos \alpha < 0$$

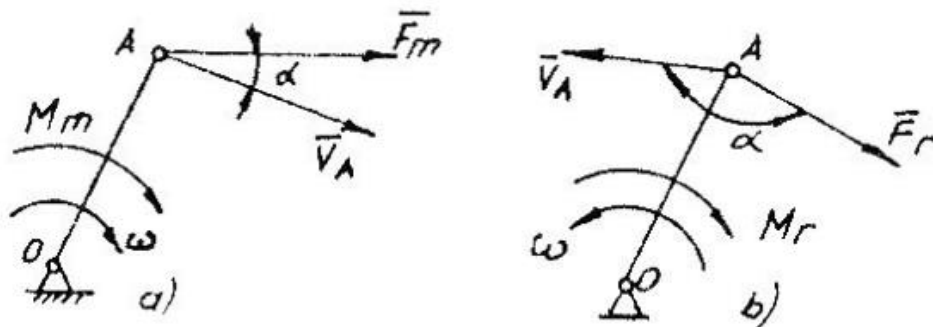


Figura 3.1.

Forțele de greutate $G = mg$ se caracterizează prin aceea că dezvoltă lucru mecanic pozitiv într-un interval de timp sau chiar nul. Ceea ce este specific forțelor de greutate este faptul că lucru mecanic L_G aferent unui ciclu geometric Φ_g de funcționare al mașinii este nul. Forțele de inerție și cuplurile de inerție (F_i și M_i) sunt produse de mișcarea variată a elementelor

mecanismului. Este sunt forțe masice, repartizate pe elementele mașinii. În cursul unui ciclu cinematic produc lucru mecanic negativ, pozitiv sau chiar nul.

Forțele elastice sau momentele elastice (F_e și M_e) apar datorită deformațiilor unor elemente (arcuri) și acumulării energiei potențiale pe seama lucrului mecanic motor într-o fază de mișcare. Forțele de legătură (reacțiune din cuple) se caracterizează prin aceea că lucrul prestat este nul (dacă se neglijează frecările). Determinarea reacțiunilor din cuplele cinematice se face pe baza principiului lui D'Alembert după care: un sistem de rigide se află în fiecare moment al mișcării în echilibru sub acțiunea forțelor exterioare de legătură și a forțelor de inerție.

CAPITOLUL 4 FRECAREA ÎN CUUPLELE CINEMATICE

4.1. Fenomenul frecării

Frecarea este un proces de natură fizico-chimică complex, care se produce între două suprafețe în contact, aflate în mișcarea relativă. În cuplele cinematice, acest proces este dăunător conducând la încălziri și uzură sau vibrații prin apariția frecării cu intermitență (stick-slip sau mișcare sacadată). În unele cazuri frecarea este utilă (frâne, ambreiaje, transmisii prin curele, etc.).

În funcție de prezența unei cantități de lubrifiant între suprafețe în contact, pot exista următoarele regimuri de frecare:

Frecare uscată – apare în cazul contactului direct a două suprafețe între care nu se interpune nici o moleculă de lubrifiant.

Pentru explicarea frecării uscate au fost emise mai multe teorii:

- teoria mecanică (forța de frecare corespunde energiei cheltuite pentru escaladarea asperității rezultate în urma prelucrării suprafețelor);
- teoria adeziunii moleculelor – care explică frecarea prin învingerea interacțiunii moleculare de pe suprafețele în contact;
- teoria punților de sudură – conform căreia frecarea se explică prin energia cheltuită la deformarea elastică, plastică sau ambele;
- teoria molecular mecanică (frecarea este rezultatul învingerii forțelor de pe o suprafață pe alta prin cuante de energie, producându-se transfer de material și particule de uzură).

Cea mai răspândită este teoria punților de sudură.

După Bowden și Tabor, componentele cele mai importante ale frecării sunt forțele de forfecare a punților de sudură. Contactul are loc între asperitățile suprafețelor și sub acțiunea presiunilor create de sarcini zonele de contact se deformează plastic iar cele două corpuri aderă, constituindu-se micro-joncțiuni (punți de sudură între asperități). Atunci când suprafețele alunecă una peste alta, micro-joncțiunile formate trebuie să fie forfecate, forța de frecare fiind aproximativ egală cu forța ce produce forfecarea.

Frecare limită este caracterizată prin interpunerea unor straturi foarte subțiri de lubrifiant între suprafețele în contact

Pe suprafața straturilor în contact există molecule absorbite care rezistă la forfecare, alunecarea având între ele, cu o frecare mult redusă față de contactul uscat dar superioară frecării în regim fluid. În acest stadiu importanța vâscozității fluidului ca atare trece pe plan secundar, frecarea fiind influențată în mare măsură de natura, proprietățile chimice, fizice și mecanice ale suprafețelor marginale și mai ales onctuității lubrifiantului. Legăturile din straturile marginale de trecere de la metal la lubrifiant sunt de natură fizico-chimică. Asemenea legăturii între molecule pot avea loc fără modificarea structurii interne a moleculelor (absorbție) sau cu modificarea acestei structuri și realizarea de legături chimice noi (chemosorbție).

Frecarea semifluidă (mixtă) se caracterizează prin interpunerea între suprafețele cu un anumit grad de rugozitate, a unui strat de lubrifiant care se rupe și se reface.

Frecarea fluidă se obține atunci când suprafețele de frecare sunt separate printr-un film continuu de lubrifiant. Natura acesteia este complet diferită de cea uscată, asperitățile suprafețelor fiind complet separate prin lubrifiant, iar moleculele din interiorul stratului de

lubrifiant nu sunt supuse forțelor de absorbție. Forța de frecare este datorată rezistenței la forfecare din stratul de lubrifiant și se determină pe baza legii lui newton:

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dn}$$

unde: η este vâscozitatea dinamică a lubrifiantului, τ este tensiunea de forfecare a lubrifiantului iar $\frac{dv}{dn}$ este gradul de viteză pe direcție normală a stratului de lubrifiant. Dacă se ia drept criteriu de clasificare felul mișcării corpurilor în contact poate exista cu rostogolirea (în cuplele cinematice superioare).

După caracterul mișcării relative dintre suprafețele în contact, contactul poate fi fix sau mobil.

4.2. Frecarea în cuple de translație

Contactul mobil:

a) Frecarea într-o cuplă de translație în forma cea mai simplă apare în cazul în care elementul mobil 1, deplasându-se în raport cu elementul 2, cu viteza v , apasă pe acesat numai cu suprafața inferioară. Neglijând frecarea, reacțiunea din partea elementului 2 ar fi îndreptată în lungul normalei $n-n$ la suprafața de contact a elementelor. Datorită acțiunii forței de frecare, reacțiunea reală R este înclinată față de direcția normalei cu unghiul de frecare φ .

Direcția reacțiunii R determină orientarea forței de frecare acționând în sens contrar față de sensul vitezei v . Dacă elementul 2 este de asemenea mobil, reacțiunea elementului 1, R_{12} are evident sensul corespunzător orientării forței de frecare F_{12} , opusă sensului vitezei v_{12} . Unghiul φ_0 determină direcția reacțiunii R_{21} corespunzătoare fecării în stare de repaos a cuplei menționate de translație (frecare de repaos sau de aderență). Forța tangențială care se opune deplasării relative se numește forță de frecare și astfel conform desenului (figura 4.1.).

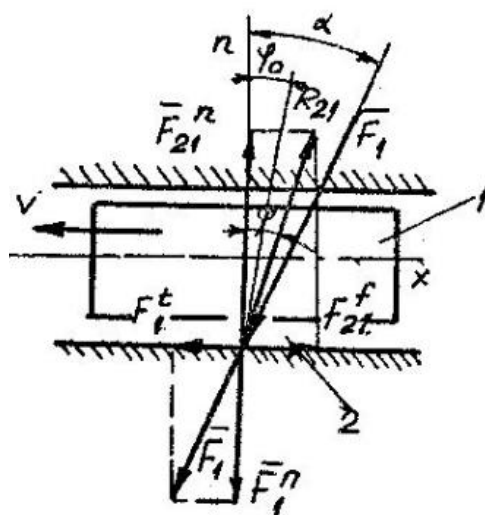


Figura 4.1.

$F_{21}^f = \mu F_{21}^n$, unde μ este coeficientul de frecare cu alunecare care depinde de natura corpurilor în contact, rugozitatea suprafețelor, presiunea de contact, viteza relativă, temperatura suprafețelor.

Unghiul φ are valoarea $\text{tg}\varphi = \frac{F_{21}^f}{F_{21}^n} = \mu$. Pot apare următoarele cazuri:

- Elementul 1 (patina) se deplasează accelerat pe elementul 2 când $F_1^t > F_{21}^n$.
- Elementul 1 este autofrânat atunci când este îndeplinită condiția

$F_1^t < F_{21}^n$ sau $F_1^n \cdot \varphi < F_{21}^n \cdot tg\varphi$, în aceste condiții rezultă $tg\alpha < tg\varphi$.

În cazul cuplei de translație, mișcarea relativă nu se produce atunci când forța exterioară acționează după o direcție cuprinsă în interiorul unghiului de frecare φ existând în acest caz frecare de aderență, coeficientul de frecare de aderență (φ_0) fiind mai mare decât cel al frecării de mișcare ($\varphi_0 > \varphi$). Dacă elementul 1 nu se deplasează în orice direcție pe elementul 2 mișcarea relativă nu se produce atunci când forța exterioară este cuprinsă în interiorul conului cu unghiul la vârf 2φ numit unghi de frecare. Pe baza acestor date se emit următoarele concluzii privind frecarea uscată de alunecare:

- coeficientul de frecare se consideră constant pentru un mecanism rodat care funcționează la viteza de regim;
- forța de frecare de alunecare este proporțională cu reacțiunea normală la suprafața de contact;
- frecarea de aderență se manifestă în momentul inițial al mișcării și este variabilă crescând de la 0 până la o valoare maximă mai mare decât frecarea de mișcare;
- frecarea de mișcare este constantă și mai mică decât valoarea maximă a frecării de aderență.

b) Dacă forțele Q și P determină o forță F care acționează sub un unghi α asupra elementului mobil 1, se va produce apăsarea acestuia pe ambele laturi ale glisierii 2 (dacă jocul nu este mare). Pentru determinarea influenței frecării este necesară determinarea repartiției presiunii pe suprafețele de contact ale elementelor. În general presiunea p reprezintă raportul dintre forța de apăsare normală la suprafața de contact Q și aria suprafeței de contact, a cărei expresie depinde de forma suprafeței: $p = \frac{Q}{A}$. Rezultanta presiunilor este aplicată în centrul geometric al suprafeței de contact. În cazul considerat se poate presupune că presiunea p variază liniar pe lungimea suprafeței de contact fiind egală cu zero în planul de simetrie al acesteia (figura 4.2.).

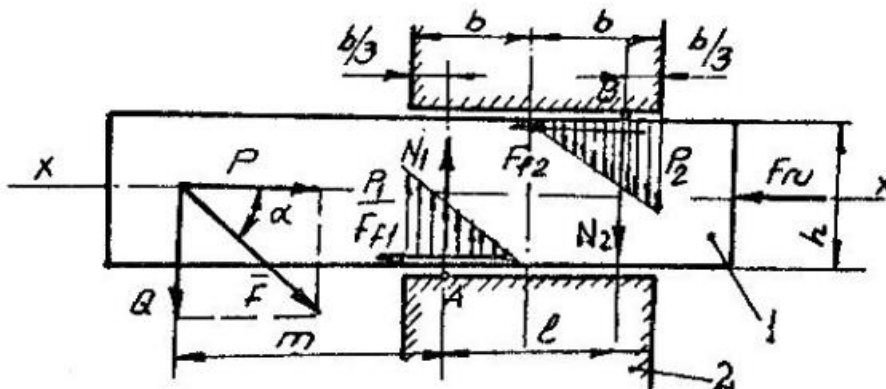


Figura 4.2.

Reacțiunile N_1 și N_2 vor fi aplicate la distanțe $b/3$ față de punctele exterioare de contact, în care presiunea normală are valoare maximă. Distanța dintre suporturile celor două reacțiuni este $l = 2b - \frac{2}{3}b = \frac{4}{3}b$.

c) Frecarea în cuple de translație în formă de pană, presiunile se repartizează uniform pe ambele părți ale elementului sub formă de pană producând reacțiunile rezultante N_1 și N_2 unde $N_1 = N_2 = N$ (figura 4.3.).

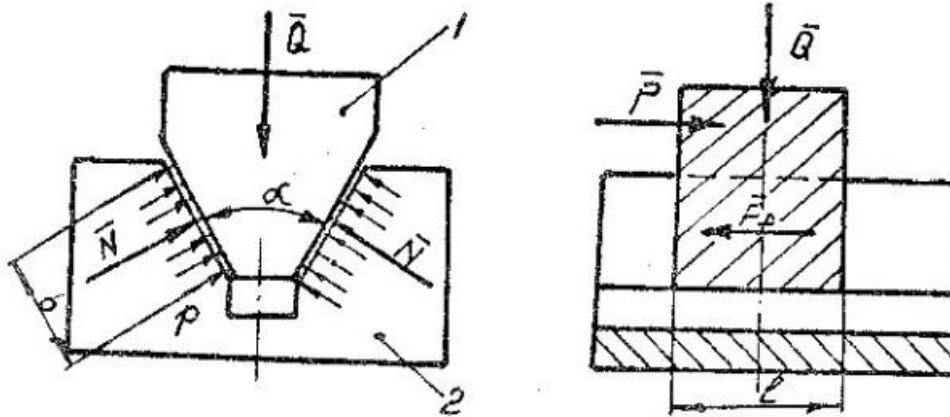


Figura 4.3.

Aceste reacțiuni au o direcție perpendiculară pe suprafața de contact. Forța de frecare rezultată reprezintă suma algebrică a forțelor de frecare μN_1 și μN_2 , $F_f = \mu \cdot (N_1 + N_2) = 2\mu N$. Pentru ca elementul 1 să aibă o mișcare pe elementul 2 este necesar ca: $P = 2\mu N$. Din condiția de proiecție a forțelor pe verticală rezultă: $N = Q/2 \cdot \sin\alpha$. Presiunea p (uniformă pe suprafețele laterale are valoarea): $p = \frac{N}{b \cdot l}$.

4.3. Frecarea în cadrul contactului fix

a) Contactul pe suprafețele plane ale unei pene paralele

În cazul unei pene paralele care servește la transmiterea momentului de torsiune dintre arbore și butuc (figura 4.3) repartitia presiunii pe fețele laterale ale penei este uniformă. Contactul se realizează între arbore și pană cu presiunea p_1 și între pană și butuc cu presiunea p_2 . Pe fețele laterale ale penei vor lucra forțele de frecare F_{f1} respectiv F_{f2} . Din condiția de echilibru a arborelui respectiv butucului (ecuații de momente față de centrul arborelui) rezultă:

$$M_t = N_1 x_1 - \mu N_1 \frac{b}{2};$$

$$M_t = N_2 x_2 - \mu N_2 \frac{b}{2};$$

$$N_{1,2} = \frac{2M_t}{2x_{1,2} - \mu b};$$

M_t este momentul de transmisie de îmbinare.

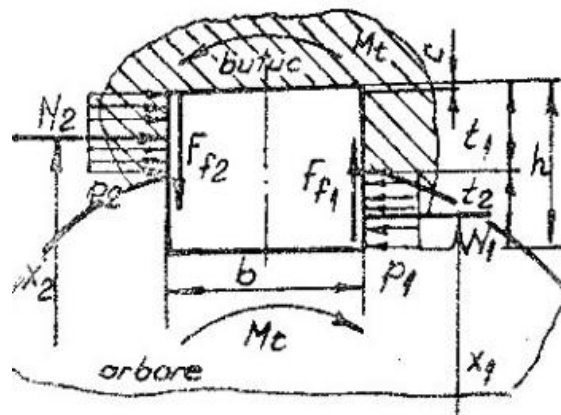


Figura 4.3.

b) Contactul pe suprafețe plane ale unei pene longitudinale cu strângere

Îngropate parțial în arbore și parțial în butuc, pot transmite momente de răsucire mari

(figura 4.4.). realizează solidaritatea arbore-butuc prin apăsare ce se exercită asupra fundului canalului din butuc respectiv din arbore fără contact pe fețele laterale.

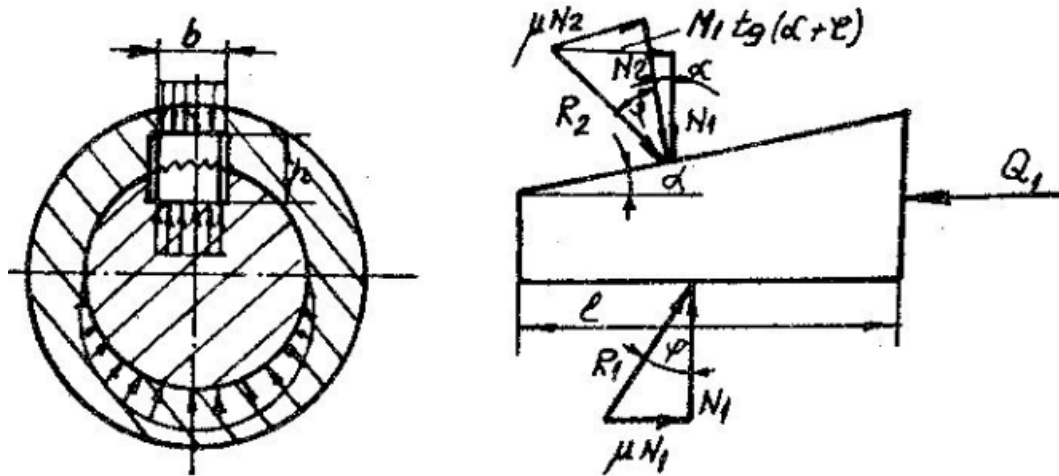


Figura 4.4.

Forțele N_1 și μN_1 precum N_2 și μN_2 reprezintă legăturile dintre pană și arbore, respectiv pană și butuc. Forța Q reprezintă forța de batere care va realiza forța de strângere $N_1 = b \cdot l \cdot p_1$ (p_1 -este presiune de contact care nu trebuie să depășească tensiunea admisibilă de strivire). Făcând proiecția forțelor pe direcția forței de batere rezultă:

$$Q = \mu N_1 + N_1 \operatorname{tg}(\alpha + \varphi): Q = N[\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) + \operatorname{tg}\varphi]$$

deoarece: $\mu = \operatorname{tg}\varphi$

c) Frecarea în cuplă cu șurub-piuliță

Strângerea piuliței unui șurub sub acțiunea unui forte axiale F poate fi echivalentă cu deplasarea unui corp cu greutatea F pe un plan înclinat cu unghiul β față de orizontală, care este de fapt unghiul de înclinare a spirei filetului (figura 4.5.). Forța F_t necesară pentru deplasarea corpului pe plan înclinat corespunde forței F_t care aplicată la un braț $d_2/2$ (d_2 diametrul mediul al filetului) dă naștere la deplasarea piuliței pe șurub sub sarcina F .

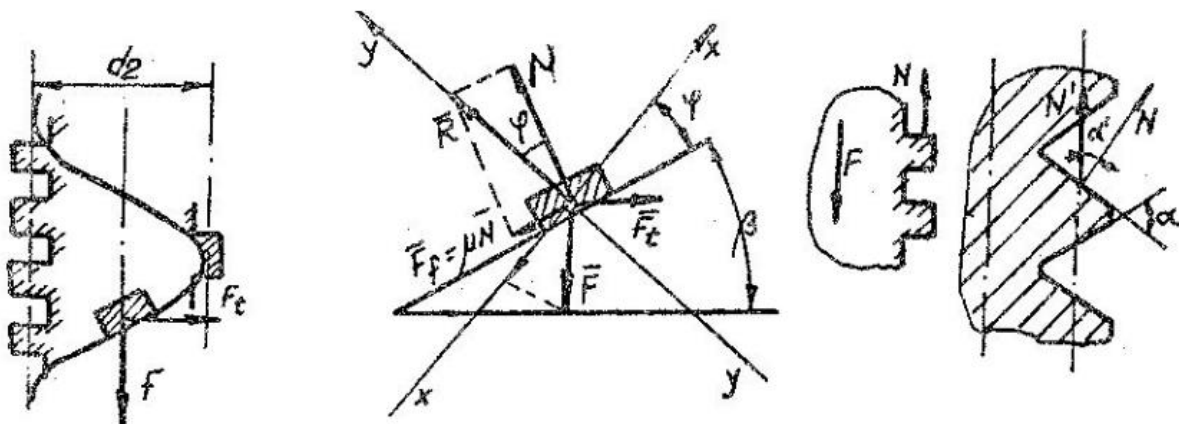


Figura 4.5.

Corpul se află în echilibru sub acțiunea acestor forțe. F_f este forța de frecare, N reacțiunea normal, astfel că: $\vec{R} = \vec{F}_f + N$.

d) Frecare de rostogolire

Fecarea de rostogolire se manifestă printr-un cuplu de moment M_r . Se consideră cazul unui cilindru pe o suprafață plană (figura 4.6.a). Se presupune că se realizează contactul într-un singur punct. Necesitatea de a se ține seama de deformații rezultă imediat deoarece rămânând în ipoteza unui contact punctual în A, în acest punct nu se pot introduce decât reacțiunea normal N și forța de frecare F_f ecuațiile de echilibru fiind:

$$F - F_f = 0; N - G = 0; F \cdot r = 0$$

Rezultă că $F = 0$ adică cu orice forță F oricât de mică s-ar putea pune în mișcare cilindrul. În realitate din cauza deformațiilor, contactul între roată și calea de rulare se face pe o mică suprafață care este simetrică în raport cu suportul forței F , când nu acționează F și asimetrică dacă acționează și forța orizontală F (figura 4.6.b).

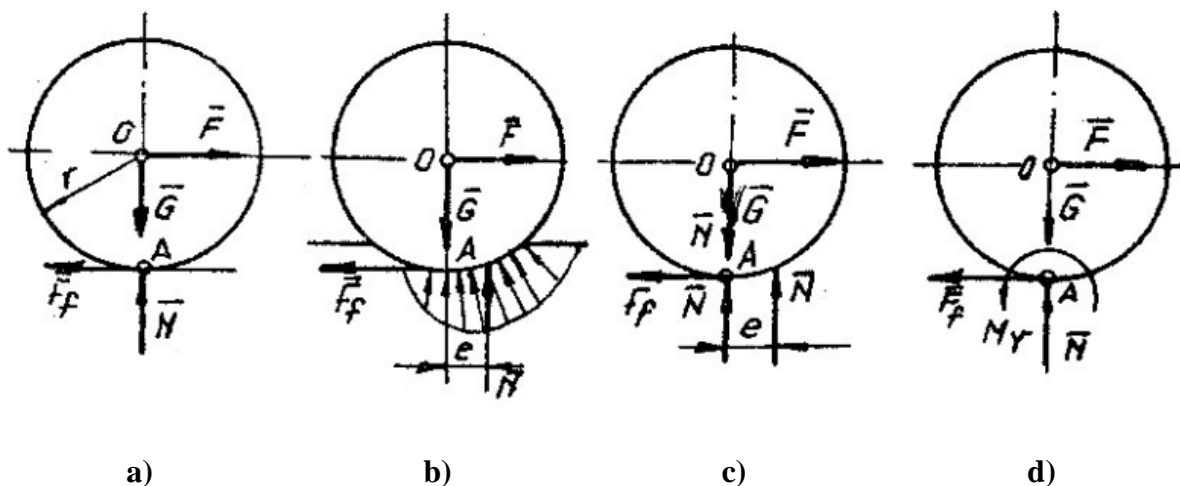


Figura 4.6.

Suportul rezultantei N a reacțiunilor normale se află la o distanță „e”, față de punctual teoretic de contact A (figura 4.6.c). Suportul rezultantei F_f a reacțiunilor tangențiale trece aproximativ prin A. Introducând în punctul teoretic de contact două forțe egale și directe opuse, având modulul N (figura 4.6.c) forțele de legătură sunt echivalente cu forțele N și F_f aplicate în A și cu un cuplu de frecare de rostogolire $M_r = N \cdot e$ (figura 4.6.d). Ecuațiile de echilibru vor fi:

$$F - F_f = 0; N - G = 0; M_r - F \cdot r_m = 0$$

Practic se vede dacă F depășește o anumită valoare, roata începe să se miște, deci M_r este limitat: $M_r \leq s$ sau $N \cdot e \leq N \cdot s$, astfel $e \leq s$. Mărimea „s”, poartă numele de coeficient de frecare cu rostogolire, reprezentând distanța maximă „e”, cu care se poate deplasa paralel cu ea reacțiunea normală N față de punctul teoretic de contact A. se observă că în problemele de frecare cu rostogolire intervin atât cuplul de frecare de rostogolire cât și forța de frecare de alunecare F_f .

În cazul unei cuple cinematice formată din doi cilindri (roți de fricțiune cilindrice), (figura 4.7.), transmiterea momentului de torsiune trebuie să se facă prin rostogolire pură. Pentru acest motiv forța de frecare de alunecare dintre cei doi cilindri va trebui să acționeze ca

forțe motoare pentru cilindru condus, iar valoarea să se îndeplinească condiția de realizare a rortogolirii pure.

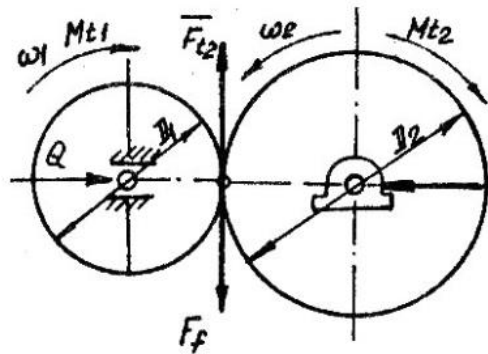


Figura 4.7.

Astfel: $F_f \leq \mu \cdot Q \geq F_{t2} = \frac{2M_{t2}}{D_2}$ relație în care F_{t2} este forța de rezistență utilă, tangentă la cilindru condus, iar M_{t2} este momentul rezistent util. Cunoscând presiunea admisibilă de contact se pot dimensiona sau verifica roțile de fricțiune.

e) Frecarea de pivotare

Mișcarea de pivotare se întâlnește în construcția pivoților, ambreiajelor și frânelor cu fricțiune. Pe suprafețele în contact apar presiuni și forțe de frecare. Suprafețele în contact sunt generate de curba meridiană $y = y(x)$ în jurul axei O_y . Presiunea pe suprafața de contact este constantă pe cercul paralel de rază x și variabilă pe meridian. Rotația relativă a celor două piese se numește pivotare, iar cuplul de moment M_p se numește cuplu de frecare de pivotare. Pe suprafața elementară de contact acționează forțele normale elementare dN și forțele de frecare elementare dF_f în plan paralel și dF'_f în plan meridian (figura 4.8.).

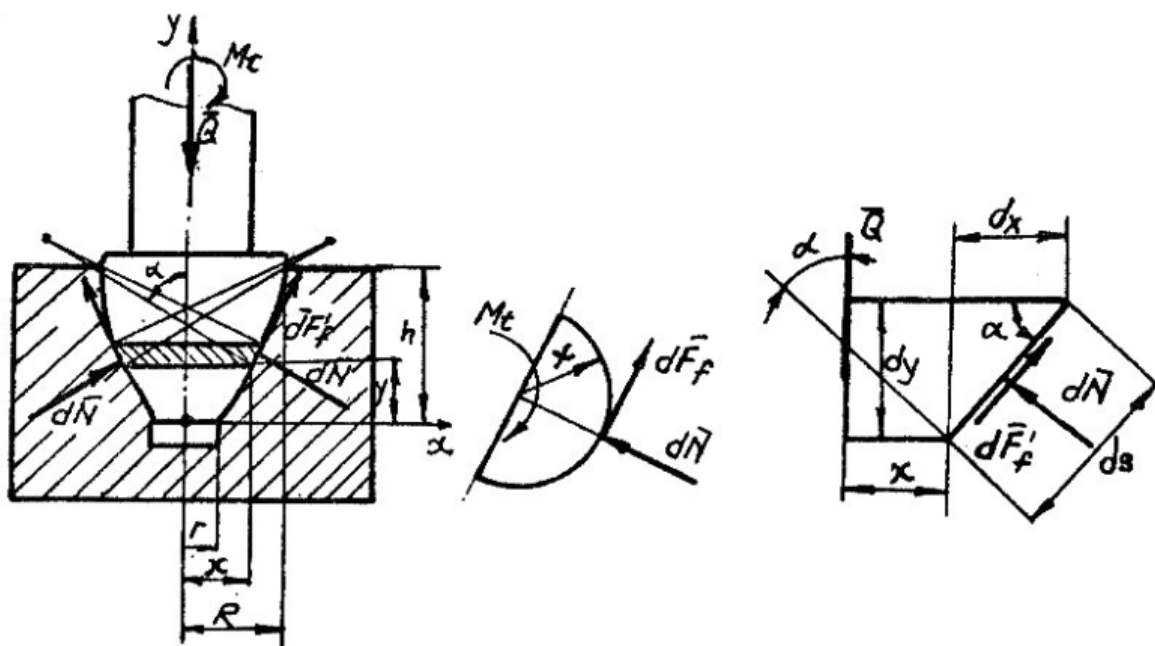


Figura 4.8.

Forțele elementare dF_f sunt tangente la meridian și apar datorită micilor deplasări axiale provenite din deformările elastice ale celor două piese sub acțiunea forței Q iar forțele dF_f apar datorită momentului de torsiune M_t . În regim de mișcare stabilizat forțele de frecare dF'_f dispar.

Pentru forma curbei meridiane, cazurile cele mai des întâlnite în practică sunt suprafețe de contact plane, conice și sferice, folosite în construcția pivoților, ambreiajelor și frânelor cu fricțiune. În privința repartiției presiunii pe suprafața de contact mai des utilizate sunt ipotezele:

- Ipoteza $p = \text{constant}$, în care poate fi admisă numai în cazul contactelor dintre piese noi, corect prelucrate. Din cauza uzurii și deformațiilor cele două piese această ipoteză nu rămâne valabilă în timpul funcționării cuplelor;
- Ipoteza proporționalității dintre uzură și puterea specifică momentană pierdută prin frecare, în orice punct al suprafeței $p \cdot x = \text{constant}$. Această ipoteză este mai exactă decât cea precedentă;
- Ipoteza conform căreia presiunea de contact dintre cele două piese este proporțională cu uzura acestora, iar uzura este cu atât mai mare cu cât normala în punctul considerat de contact are o direcție mai apropiată de axa de rotație relativă dintre suprafețe. Această ipoteză ține seama de comportarea reală a contactului în timpul funcționării. Ea conduce la relația $p = p_0 \cdot \cos\alpha$ în care p_0 este presiunea pe direcția forței de apăsare Q .

4.3.1. Frecarea de pivotare în cazul suprafețelor plane

Particularizând în relația generală $\alpha = 0$, iar curba meridiană are ecuația $y = 0$ (figura 4.9.), obținem:

$$Q = 2\pi \int_r^R p \cdot x \cdot dx$$

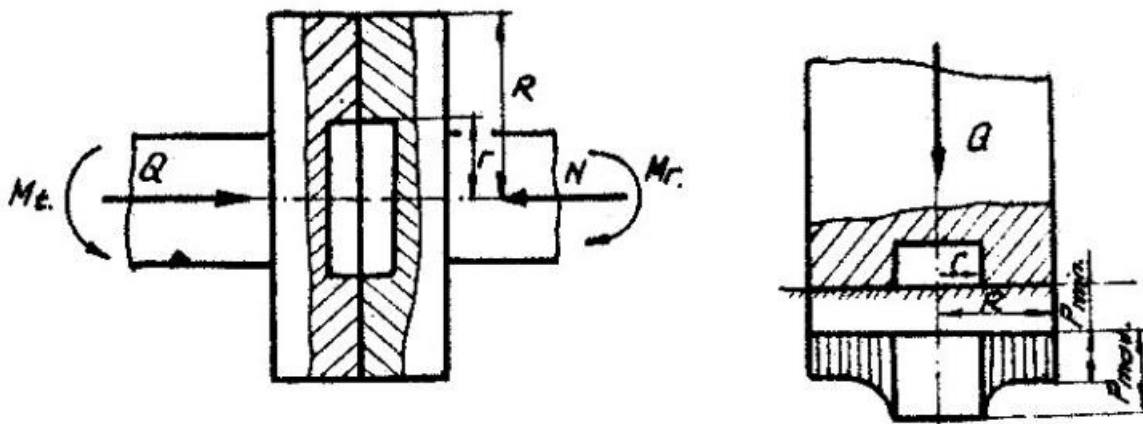


Figura 4.9.

Forța de apăsare necesară pentru realizarea momentului de pivotare care să realizeze momentul de torsiune necesar (cazul ambreiajelor cu suprafața de contact plană), devine:

$$Q = \frac{\beta \cdot M_t}{\mu}$$

relație în care β este un coeficient de siguranță pentru transmiterea momentului. Considerând ipoteza a doua $px = \text{constant}$ cu aplicații în cazul fusurilor axiale (pivoților), (figura 4.9.), care au sarcină principală după direcția axială forța Q devine egală cu:

$$Q = 2\pi px(R - r)$$

de unde rezultă: $p_x = \frac{Q}{2\pi(R-r)}$, astfel presiunea nefiind constantă (variază hiperbolic pe suprafața de lucru între două limite): $p_{\min} = \frac{Q}{2\pi(R-r)R}$ și $p_{\max} = \frac{Q}{2\pi(R-r)r}$.

În acest caz, presiunea fiint teoretic infinită ($r = 0, x = 0$), în centrul pivotului se produce o uzură rapidă a suprafeței mai puțin dure și automat suprafața de lucru devine inelară. Aceasta este motivul utilizării cu precădere a suprafeței inelare de lucru (uniformizarea presiunii de contact) condiția de verificare este $p_{\max} \leq p_a$ pentru materialele utilizate. Cuplajele cu suprafață conică de fricțiune pot fi fără sau cu autofrânare. Autofrânarea este fenomenul de menținere a contactului dintre piese sub acțiunea forțelor rezistente de frecare atunci când forța sau momentul motor se anulează, iar forța sau momentul de rezistență îl acționează în sensul desfacerii contactului. Acest fenomen este echivalent cu schimbarea sensului forțelor de frecare. Deci asupra cuplajelor trebuie aplicată o forță $Q' = 0$.

4.4. Frecarea în lagăre și articulații

În aplicațiile tehnice intervin articulațiile cilindrice sub forma lagărelor. Porțiunile din arbori sau osii în contact cu lagărele poartă numele de fusuri (figura 4.10.a). În timpul mișcării de rotație a arborelui între fus și lagăr are loc o alunecare sau în cazul unui lagăr cu rulmenți, o rostogolire.

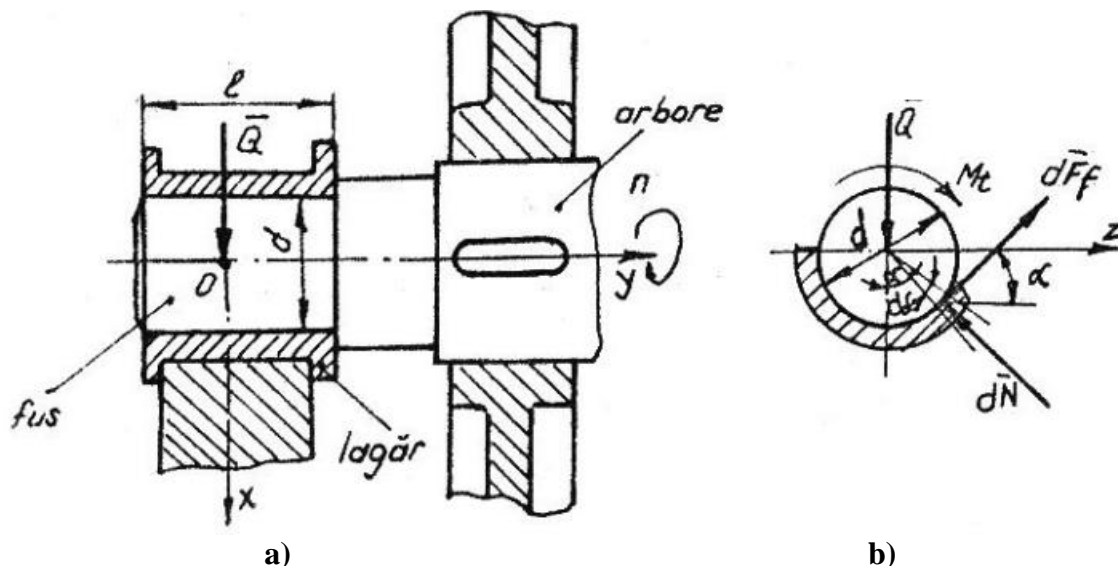


Figura 4.10.

Repartiția presiunii de contact și frecarea de alunecare în aceste cuple depinde de gradul de uzură al acestora după care se deosebesc: cuple noi neuzate, cuple cinematice rodite și cuple cu joc (uzate). Presiunea P este repartizată uniform în cuplele cinematice noi fără joc și după o lege cosinusoidală la cuplele rodite. Condiția de echilibru a fusului permite determinarea forței Q respectiv a presiunilor (figura 4.10.b) și a momentului de frecare M_f .

Observație: în cupla rodită frecarea este mai mică decât în cupla de rotație nerodată. De aceea se recomandă rodirea cuplei înainte de funcționarea normală.

Se recomandă o cuplă de rotație cu joc formată din fusul de rază r și cuzinet, contactul având loc după generatoarea comună. În repaus, sub acțiunea forței exterioare Q fusul apasă pe cuzinet și provoacă reacțiunea fără frecare N a cărei direcție trece prin punctul de contact A (figura 4.11.a). când fusul se rotește în sensul dat de viteza unghiulară ω , acesta se va urca pe cuzinet până în punctul A' în care va acționa cuplul de frecare de rostogolire M_r și forța de frecare de alunecare (figura 4.11.b).

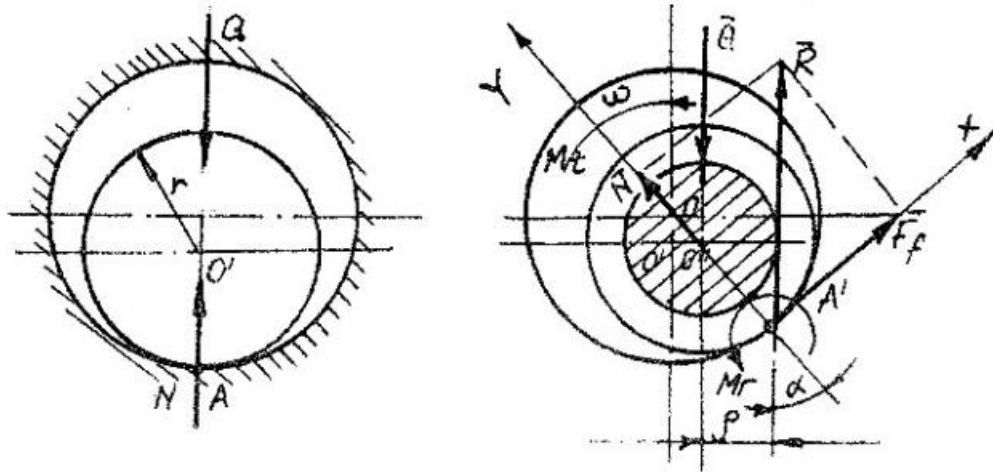


Figura 4.11.

Ecuatiile de echilibru sunt: $F_f = Q \sin \alpha = 0$; $N - Q \cdot \cos \alpha = 0$; $M_r + Q_r \sin \alpha - M_t = 0$; l care se adugă condiția de echilibru cu frecare: $M_r = s \cdot N$; $F_f = \mu \cdot N$. Momentul cuplului de frecare din lagăr M_f este egal și direct opus lui M_t , iar reacțiunea R este egală și direct opusă forței Q . Prin urmare condiția de rotație a fusului este ca $M_f \leq M_t$ sau $M_f \leq \mu' R \cdot r$. de asemenea se poate observa din figură că: $M_f = Q \cdot \rho$, unde ρ este raza unui cerc concentric cu susul, numit cerc de frecar, la care este tangent suportul reacțiunii și se poate determina cu următoarea relație: $\rho = \mu' r$.

Folosind cercurile de frecare permite dimensionarea articulațiilor mecanismelor în vederea evitării blocării acestora. În cazul frecării apare noțiunea de zonă moartă. Momentul rezistent M_r din axul 0 al articulației este echilibrat de forța Q aplicată în punctul A al pârgiei OA (figura 4.12.).

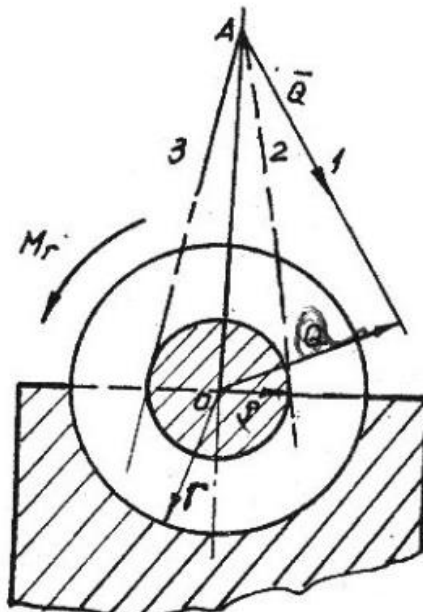


Figura 4.12.

În poziția 1, forța Q provoacă un moment $Q \cdot a$ echilibrând momentul rezistent și momentul de frecare $Q \cdot \rho$. Momentul rezistent va avea valoarea $M_r Q(a - \rho)$. Atunci când $a = \rho$, adică forța Q este tangentă la cercul de frecare, momentul care echilibrează momentul

rezistent (momentul util de transmis devine nul, iar axul nu se poate roti). Tangentele 2 și 3 duse din punctul A la cercul de frecare, determină limitele zonei în care forța Q nu poate produce rotația axului, indiferent de valoarea momentului M_T .

4.5. Frecarea în cupla de translație pe suprafața cilindrică

Se consideră repartiția cosinusoidală a presiunii pe suprafața de contact (figura 4.13.).

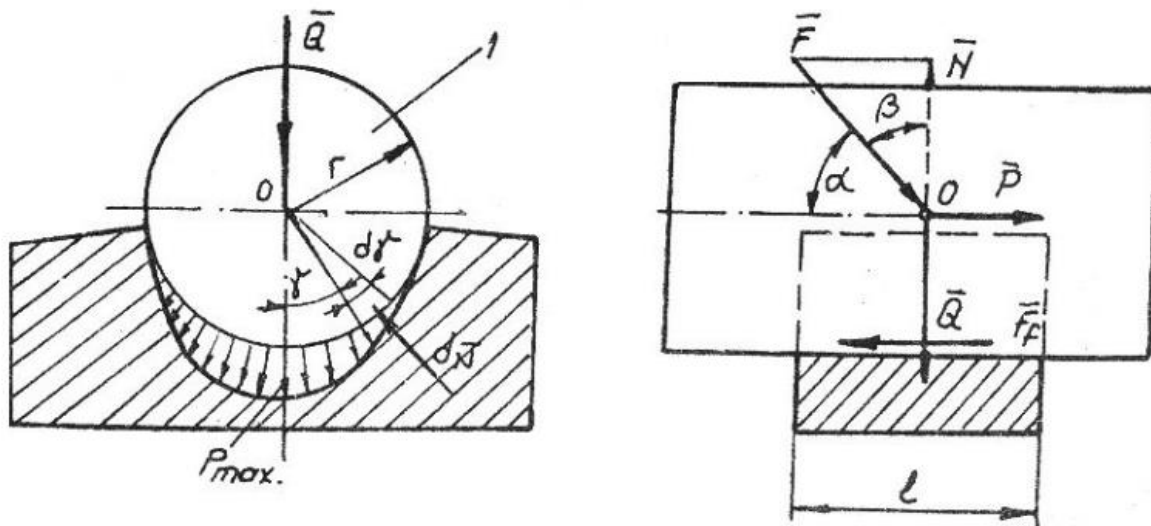


Figura 4.13.

Acest fenomen se numește autoblocare. Trebuie făcut distincție dintre fenomen de autofrânare și cel de autoblocare. Autofrânarea se opune tendinței de mișcare în sensul provocat de forța rezistentă atunci când forța motoare își schimbă sensul, în sensul forței rezistente utile. Spre deosebire de autofrânare, autoblocarea are loc în sensul mișcării produse de forța motoare. Fenomenul de autofrânare este un factor favorabil în funcționarea unor mecanisme, fiind impus încă din faza de proiectare, pe când autoblocarea conduce la creșterea forțelor peste limitele admise și astfel distrugerea unor organe de mașini.

4.6. Îmbinări cu strângere elastică care transmit forțe și momente prin frecarea realizată între suprafețele de contact

După cum s-a arătat, în funcție de numărul de restricții și numărul de mișcări între două elemente, poate apare și cazul legăturii rigide sau a îmbinării. Astfel îmbinările sau ansamblările prin strângere elastică folosesc efectul defirmațiilor elastice ale materialelor. În urma strângerii (dată de deformarea elastică), asupra suprafețelor în contact se exercită o presiune p și, ca o consecință, forțe de strângere care generează forțe de frecare ce se opun tendinței forțelor sau momentelor de exploatare de a modifica poziția relativă a pieselor îmbinate.

După soluția constructivă adoptată, asamblările elastice pot fi cu strângere proprie, adică fără organe de strângere auxiliare sau cu organe de strângere auxiliare.

Astfel la ajustajul cilindric cu suprafață netedă (figura 4.14.) arborele cu diametrul d_1 este introdus prin forță în alezajul cilindric de diametru d_2 al alezajului se va mări.

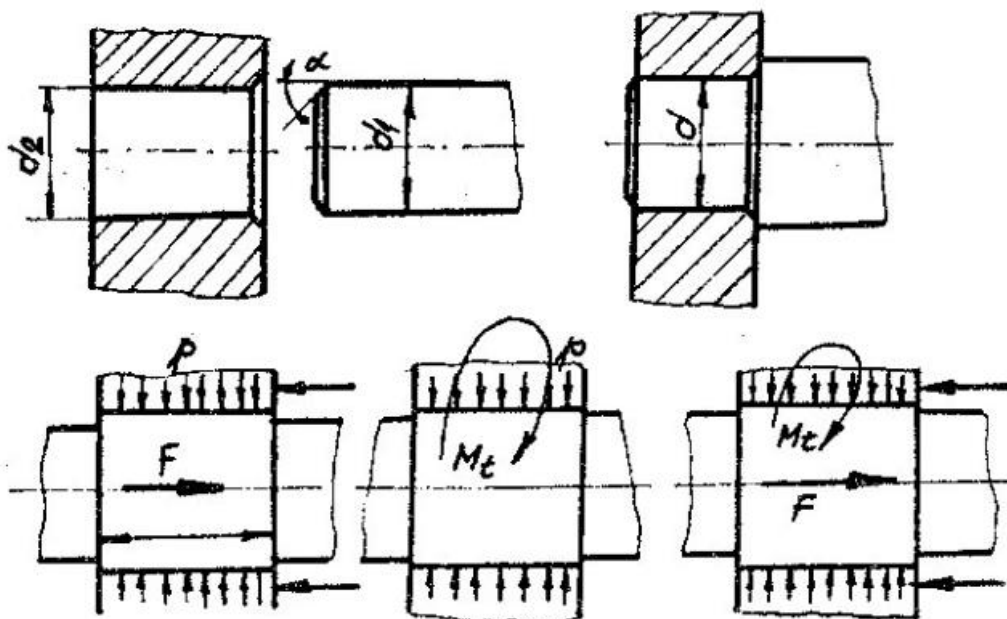


Figura 4.14.

În ceea ce privește deformarea, alungirea transversală va fi mai mare la materialul mai moale. În ansamblările executate din materiale cu alungire relativă redusă, strângerea trebuie astfel aleasă încât să producă o frecare destul de mare, iar pe de altă parte limita de elasticitate a materialului să nu fie depășită. Aceste tipuri de asamblări se mai numesc și asamblări prin presare. În timpul montării o parte din vârfurile rugozităților (proeminențelor) suprafețelor conjugate se deformează elastic sau chiar plastic, iar altele sunt forfecate.

Dacă se notează cu d diametrul ansamblului realiat este necesar ca $d_2 \cong d \cong d_1$. Strângerea rezultată va fi: $S = d_1 - d_2$. Între arbore și butuc se naște o presiune, astfel încât la tendința de deplasare axială a arborelui cu o forță F sau cu o rotire la transmiterea unui moment de torsiune M_t , vor apare între arbore și butuc forțe de frecare F_f sau momente de frecare M_f . Condiția de realizare a îmbinării este: $F_f \cong F$ sau $M_f \cong M$.

Asamblarea prin presare se poate realiza manual sau mecanic cu ajutorul preselor. În loc de presare forțată, asamblarea se poate realiza și prin încălzirea butucului sau prin răcirea arborelui 1 montaj până când $d_2 \cong d_1$. Strângerea se realizează prin revenirea piesei la dimensiunea inițială după montaj: îmbinarea în acest caz numindu-se îmbinare prin fretare.

Răcirea arborelui se poate realiza cu aer lichid la temperatura de -190°C sau cu dioxid de carbon solid la temperatura de -70°C . Dacă asamblarea este solicitată de o forță axială F , condiția de rigiditate a îmbinării este ca forța F care transmite să fie mai mică sau la limita egală cu forța de frecare dintre piese.

Dacă ansamblul este solicitat de un moment încovoietor M_i (figura 4.15.) atunci secțiunea acestuia tinde să rotească arborele în jurul axei care trece prin punctul 0. Legea de variație a presiunii de contact, în planul axial se poate admite liniară. Prin suprapunerea acestei presiuni dată de M_i peste cea de strângere se obține epura trapezoidală a presiunilor rezultante.

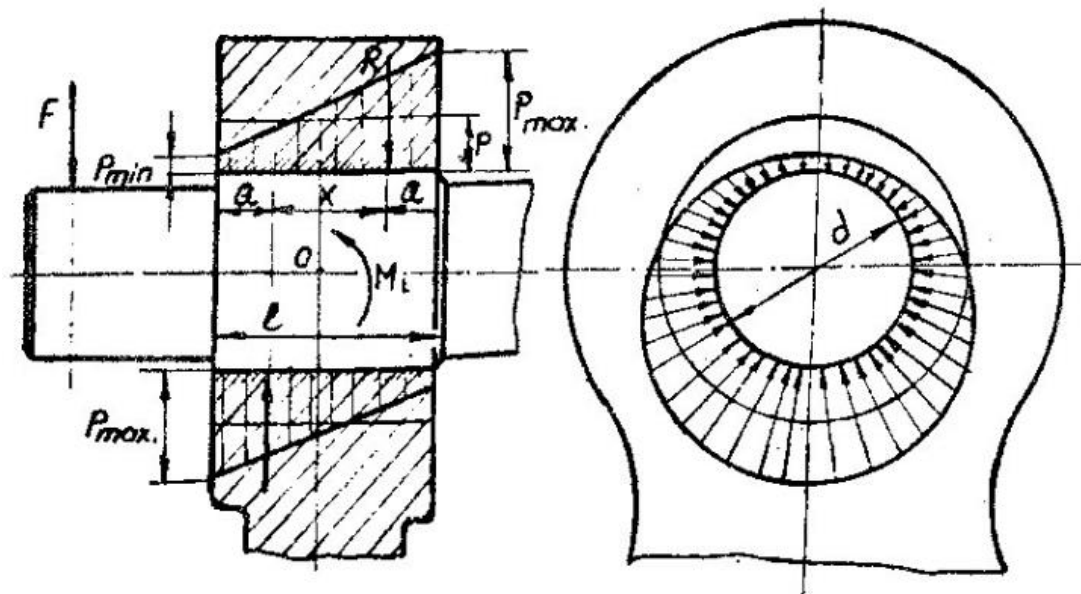


Figura 4.15.

Din categoria asamblărilor elastice cu organe auxiliare, vom analiza asamblările cu brățări elastice (figura 4.16.). Acestea se folosesc în construcția de aparate la fixarea și montarea elementelor rotative de pe arbori. Prezintă avantajul unei încărcări constante, nu slăbesc secțiunea arborelui și pot fi deplasate după dorință. Brățările pot fi cu o singură deschidere (figura 4.15.a) sau cu două deschideri (figura 4.15.b).

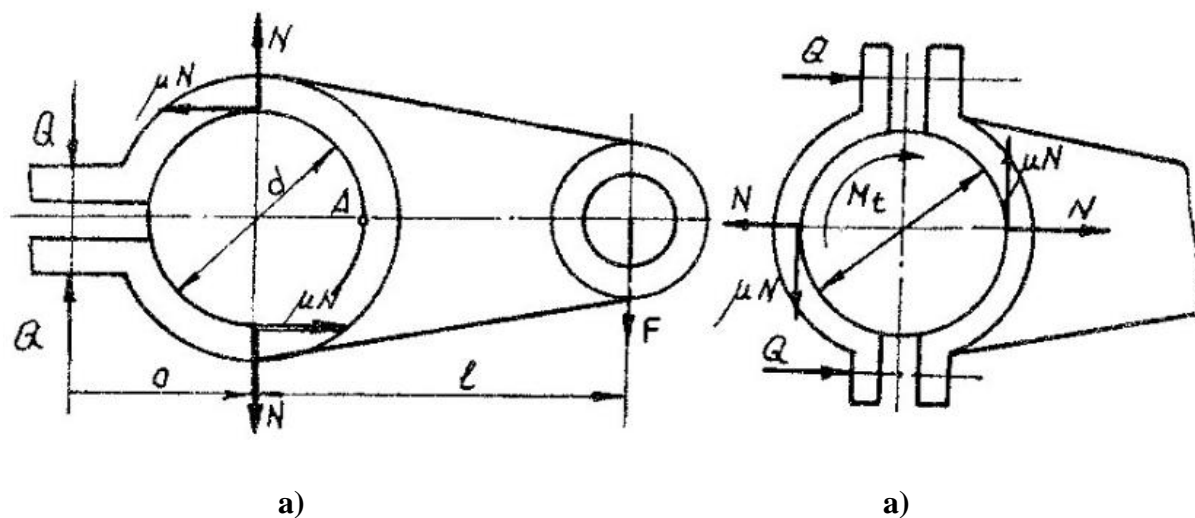


Figura 4.15.

În cazul brățării cu o singură deschidere ecuația de moment față de punctul A se poate scrie astfel: $Q \left(a + \frac{d}{2} \right) - N \frac{d}{2} = 0$, ecuație din care se poate determina forța Q de strângere a surubului. Momentul de frecare $M_f = \mu \cdot Nd$, iar momentul rezistent la torsiune $M_t = F \cdot l$. Condiția de funcționare este ca momentul de frecare dat de reacțiunea N să fie mai mare sau la limită egal cu momentul rezistent: $M_f = F \cdot l \leq \mu Nd$ unde la limita $N = \frac{F \cdot l}{\mu \cdot d}$ respectiv forța

$$Q = \frac{F \cdot l}{2\mu \left(a + \frac{d}{2} \right)}$$

Cu ajutorul forței Q se pot dimensiona șuruburile pentru strângerea brățării. În cazul brățării cu două deschideri, momentul de frecare M_f care echilibrează momentul de transmis M_t este: $M_f = \mu Nd$.

4.7. Frecarea în cuple cinematice cu elemente flexibile

Elementele flexibile care înfășoară roți sau tamburi formează cuple cinematice numai în cazul când între elementul flexibil și roată există o forță de frecare care face posibilă transmiterea mișcării și a energiei. Astfel de cuple cinematice se folosesc în cazul transmisiilor prin curele late și trapezoidale. Un caz particular al acestei cuple îl constituie frânele cu tambur la care elementul flexibil este fix, forța de frecare fiind folosită la modificarea vitezei elementului frânat.

4.7.1. Transmisii prin curele

Transmisiile prin curele servesc la transmiterea energiei de la un arbore motor la cel condus, folosind frecarea dintre un element intermediar flexibil, tensionat și fără sfârșit numit curea, ce se înfășoară pe roata conducătoare și cea condusă.

Pentru a putea fi transmisă mișcarea de la roata motoare 1 la roata condusă 2, este necesar ca între roți și curea să existe o aderență. În acest scop, cureaua se pretensionează inițial (se întinde) astfel că în fiecare ramură din curea apare forța F_0 (figura 4.16).

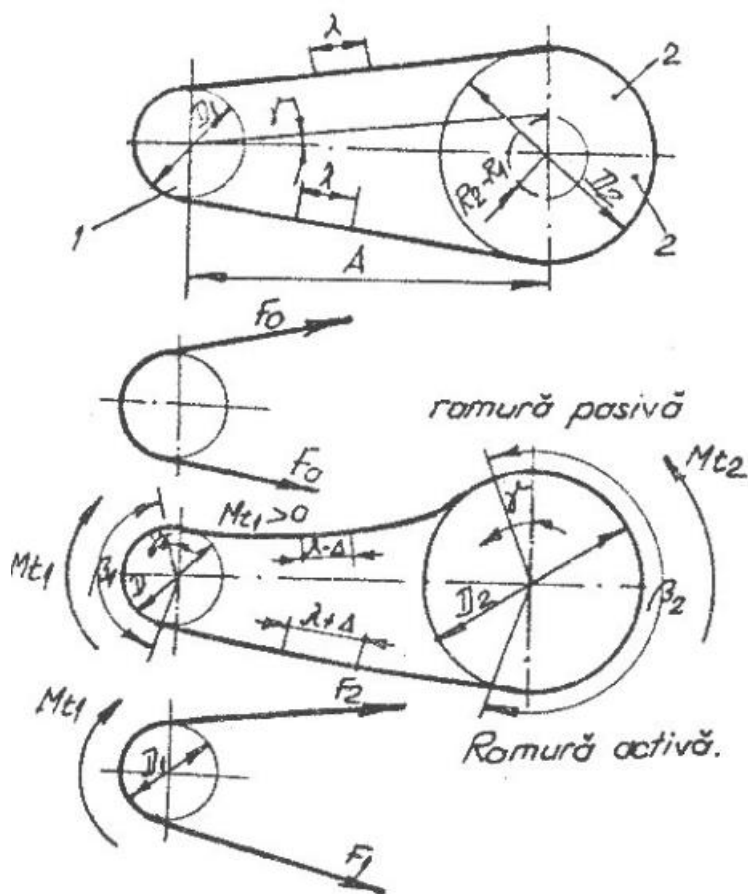


Figura 4.16.

Dacă asupra curelei acționează momentul motor M_{t1} , atunci ramura activă de jos va fi întinsă, iar cea pasivă (de sus) va fi comprimată, în ramurile curelei apărând forțele F_1 și F_2 . Echilibrul de momente față de axa roții de curea permite determinarea forței utile de transmis

$F_u = F_1 - F_2 = 2M_{t1}/D_1$. Lungimea geometrică a curelei în timpul funcționării nu se modifică și nu depinde de încărcare. Astfel, alungirea suplimentară a ramurei active este compensată de comprimarea ramurei pasive. Forțele din cele două ramuri vor fi: $F_1 = F_0 + \Delta F$; $F_2 = F_0 - \Delta F$.

Considerând cureaua ca un fir (grosimea ei fiind foarte mică în raport cu diametrul roților) flexibil și inextensibil, neglijându-se greutatea și considerînd coeficientul de frecare constant, se determină o relație între F_1 și F_2 ținînd seama de fenomenul de frecare (reația lui Euler), (figura 4.17.)

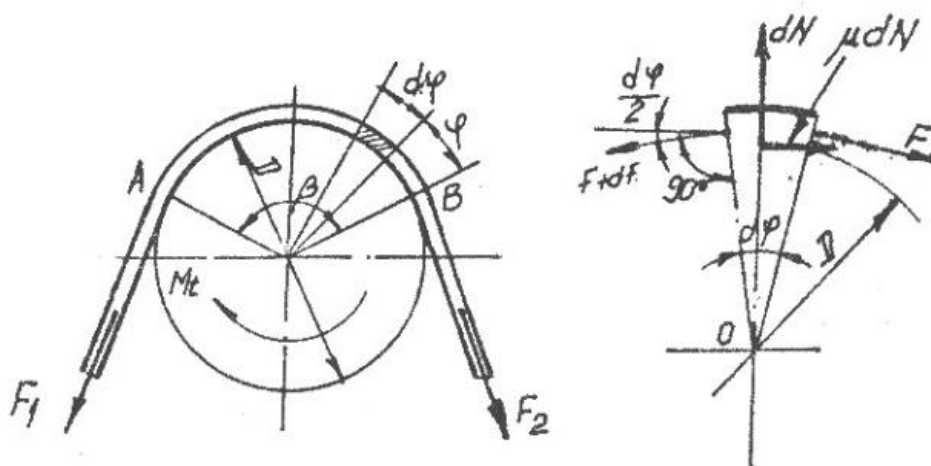


Figura 4.17.

Considerând cureaua întinsă, pe linia de contact vor apare presiuni variabile p , astfel că în fiecare punct de contact va lua naștere o reacțiune normală dN și corespunzător forțe de frecare μdN . Izolând un element de curea, condițiile de echilibru (suma de momente și sumă de protecții de forțe), vor fi: $\frac{1}{2}dF + \frac{D}{2} \cdot \mu dN \cdot \frac{1}{2} \cdot D(F + dF) = 0$.

Ecuațiile permit determinarea forței minime de întindere F_0 la care este însă posibilă transmiterea forței utile. La transmiterea fără role de întindere unghiul de înfășurare depinde de „A,, și mărimea lui i , unghiul de înfășurare se micșorează și scade capacitatea portantă a transmisiei, motiv pentru care transmisiile se limitează la anumite valori β , A și i .

În primul caz se folosește mărimea artificială a frecării, pe baza efectului de împănare a curelei în canalul de roată din curea, iar în al doilea caz, mărirea unghiului β cu ajutorul rotelor de întindere (figura 4.18.)

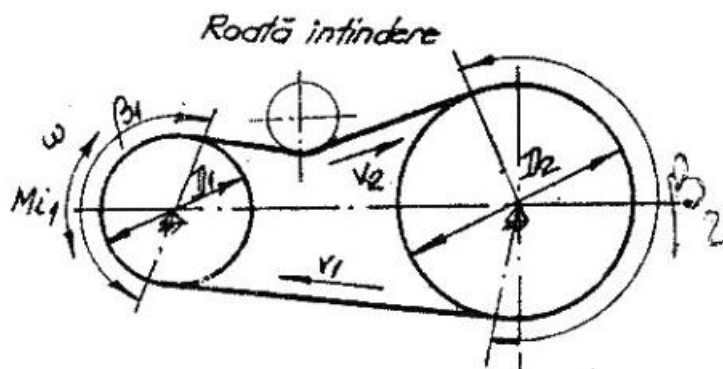


Figura 4.18

Din expresiile forțelor F_1 și F_2 rezultă că forța de întindere variază de-a lungul curelei de la F_2 în ramura pasivă la F_1 în ramura activă cu valori mai mari. În figura 4.18., pentru o

reprezentare schematică forțele F_1 și F_2 sunt rabatate cu 90° . Aceste forțe corespund deformațiilor mai mari în ramura motoare și mai mici în cea pasivă. Pe porțiunea BC de înfășurare a curelei pe roata motoare, ca urmare a scăderii forței de la F_1 la F_2 , deformația curelei se va micșora, (figura 4.19.).

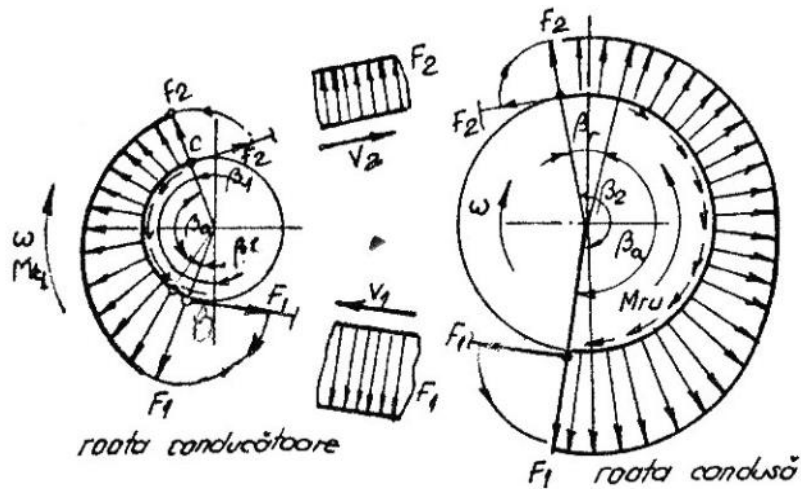


Figura 4.19.

Astfel, datorită acestor deformații (scurtări, lungiri), în timpul înfășurării pe roțile de curea, se va produce o alunecare. Deoarece acest gen de alunecare este cauzată de deformația elastică a curelei se va numi alunecare elastică și nu poate fi evitată.

Alunecarea elastică are loc numai pe o porțiune a suprafeței de contact în care starea de efort din curea variază exponențial. Unghiul corespunzător zonei de alunecare elastică se numește unghi de alunecare β_a , iar unghiul β_r se numește unghi de repaus sau de contact aderent și este situat în zona în care începe înfășurarea curelei pe roată. Pe arcul corespunzător unghiului β_r nu are loc alunecarea elastică.

Pe roata conducătoare se va produce o alunecare a curelei pe arcul β_a , cureaua rămânând în urma roții, părăsind roata motoare cu viteza $v_2 < v_1$. În timpul înfășurării curelei pe roata condusă, pe porțiunea inactivă va avea viteza v_2 pe care o imprimă roții, iar pe porțiunea de alunecare (arcul activ) alungirea curelei crește, astfel va apare o alunecare înainte, față de roata, părăsindu-o cu viteza v_1 .

Mărimea arcului activ β_a depinde de mărimea forței utile F_u . La mărirea forței F_u , menținând aceeași întindere inițială, arcul activ va crește astfel încât, la un moment dat $\beta_a = \beta_r$ ceea ce înseamnă că se utilizează întreaga capacitate portantă a curbei, forța F_u având valoare optimă. Mărind forța F_u în continuare va apare fenomenul de patinare a curelei cu roți. În mod experimental s-au trasat curbe care stabilesc dependența dintre coeficientul de alunecare elastică și coeficientul de tracțiune.

Curbele de alunecare prezintă importanță pentru dimensionarea rolei pe baza punctului optim de funcționare. În cazul curelelor trapezoidale (figura 4.20.), ca urmare ca urmare a formei trapezoidale a secțiunii curelei intervine efectul de pană care contribuie la creșterea frecării și deci a portantei.

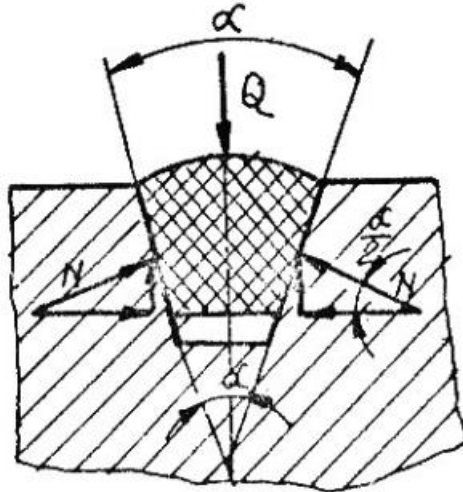


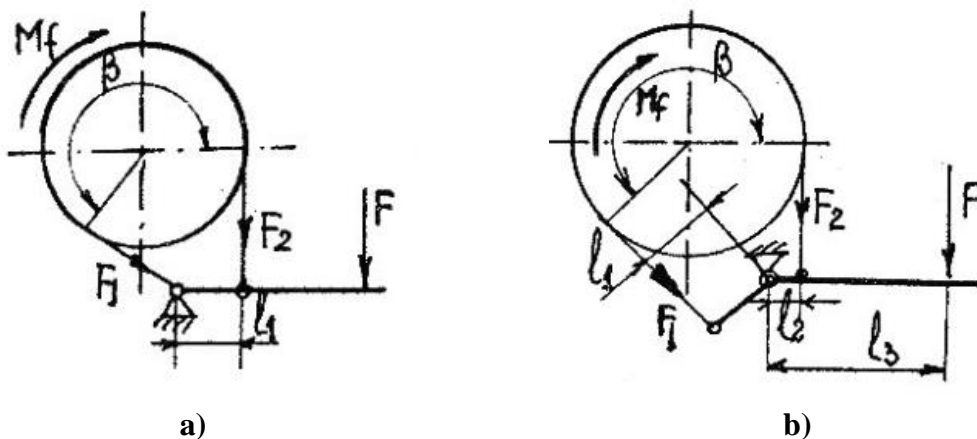
Figura 4.20.

Astfel: $F_u = 2\mu N = \frac{2\mu Q}{2\sin\frac{d}{2}} = \mu'Q$ unde: $\mu' = \frac{\mu}{\sin\frac{d}{2}}$. Forța periferică utilă crește

odată cu scăderea unghiului $d/2$. Pentru evitarea înțepenirii curelei în canalul roții la scăderea unghiului $d/2$ se recomandă ca $d \geq 34^\circ$. La transmisiile prin curele trapezoidale se pot aplica aceleași relații ca și în cazul curelelor late cu precizarea că exponentul $\mu \cdot \beta$ se corectează cu un coeficient K , care introduce efectul grosimii mai mari a curelei comparativ cu lățimea.

4.7.2. Frâne

Frânele cu bandă realizează la o forță de frânare relativ mică un moment de frânare mare având în același timp o construcție simplă. Dezavantajul principal al acestor frâne îl constituie faptul că produc o solicitare importantă de încovoiere a arborelui frânei. Frânele cu bandă exterioară se compun dintr-un tambur de diametru d înfășurat de o bandă flexibilă din oțel prevăzută pe suprafața de contact cu tamburul cu o garnitură de frânare, ale cărei capete sunt fixate pe bara de acționare a frânei (figura 4.21.).



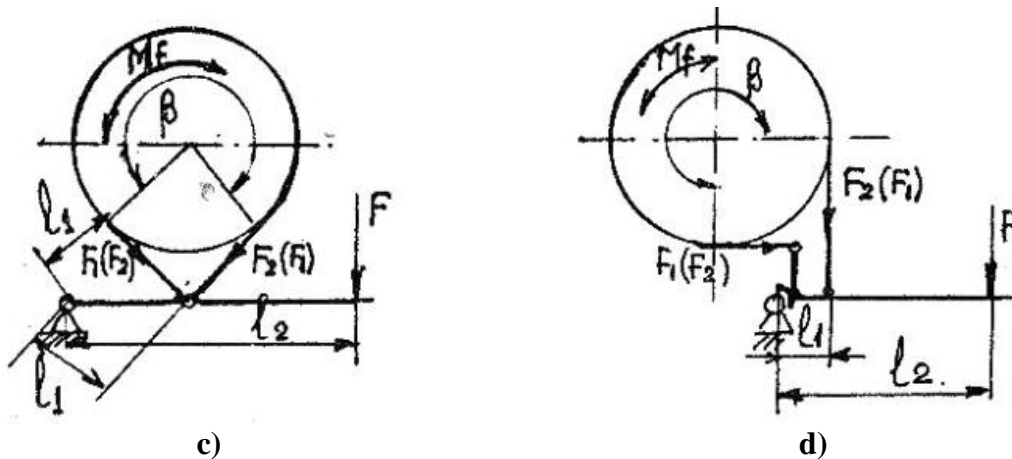


Figura 4.21.

Frâna cu bandă simplă (figura 4.21.c.) se realizează în mod obișnuit pentru valori ale unghiului de înfășurare $\beta = \pi: \frac{3\pi}{2}$. Schimbarea sensului de frânare conduce la schimbul rolului forțelor F_1 și F_2 și la creșterea considerabilă a forței F necesară frânării.

Pentru a putea realiza frânarea cu aceeași forță de acționare F în ambele sensuri, capetele benzii trebuie legate în același punct al pârgheii de acționare (figura 4.21.c.) sau în puncte egal depărtate în raport cu articulația pârgheii (figura 4.21.d.). la schimbarea sensului de rotație, eforturile din bandă își schimbă valorile între ele, însă momentul dezvoltat în raport cu articulația pârgheii este același, iar forța necesară frânării va avea aceea valoare. În această situație presiunea de contact dintre bandă și tambur are valoare maximă, care nu trebuie să depășească valoarea admisibilă pentru garnitura de frânare folosită. Banda metalică pe care se fixează garnitura de frânare se calculează la întindere folosind valoarea forței maxime.

4.8. Frecarea în cupla superioară de rostogolire

Studiul cuplei superioare de rostogolire se reduce la studiul rulemților. Mișcarea relativă între fus și lagăr se realizează prin rostogolirea unor corpuri interpușe între aceste două suprafețe și care fac parte din structura rulmentului.

Un rulment este alcătuit în principiu din două inele de rulare (căi de rulare) și mai multe corpuri de rulare menținute într-o poziție relativ constantă unele față de celelalte prin intermediul coliviei. Construcția rulemenților permite realizarea lor în producția de masă precum și standardizarea lor, ceea ce reduce prețul de cost.

Avantajele lagărelor de rostogolire față de cele de alunecare sunt:

- pierderi mai mici prin frecare în special la pornire și la oprire;
- eliminarea uzurii fusului;
- interschimbabilitatea ușoară;
- portanță mai mare pe unitate de lungime de fus;
- eliminarea materialelor de antifricțiune deficitare;
- consum mic de lubrifianț;
- joc radial redus;
- nu necesită rodaj.

Dezavantajele rulemților sunt legate de următoarele aspect:

- sensibilitate la supraîncărcări și șocuri;
- defectarea se face brusc;
- necesită cerințe severe de execuție și montaj;
- dificultăți de montaj;
- zgomot mare;

- gabaritul pe diametru este mai mare decât a lagărelor de alunecare însă pe lungime este mai mic.

4.8.1. Clasificarea rulmenților

Rulmenții se pot clasifica astfel (figura 4.22.):

După forma corpurilor de rulare în:

- rulmenți cu bile;
- rulmenți cu role.

După modul de prelucrare a sarcinilor:

- rulmenți radiali – la care sarcina are o direcție perpendiculară pe axa geometrică a rulmenților;
- rulmenți axiali – la care sarcina acționează de-a lungul axei de rotație a rulmentului;
- rulmenți radiali-axiali – la care direcția de acțiune a sarcinii este înclinată cu un anumit unghi față de axa de rotație a rulmentului, putând prelua atât sarcini radiale cât și sarcini axiale.

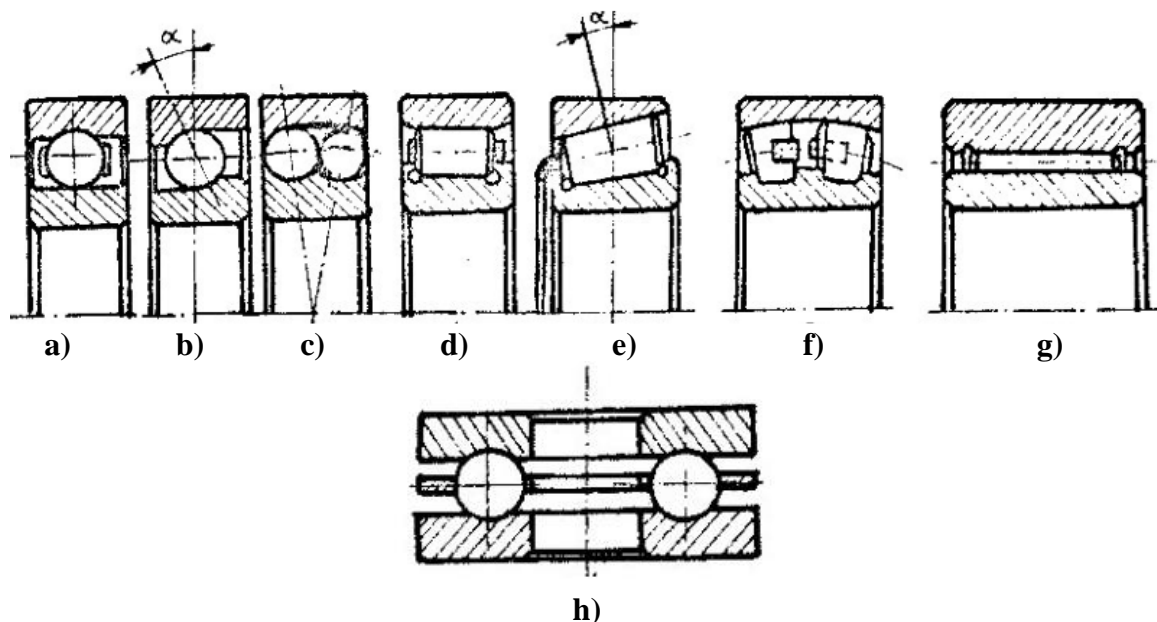


Figura 4.22.

Rulmenții radiali cu bile (figura 4.22.a) sunt cei mai simpli din punct de vedere constructiv, se folosesc la viteze mari deoarece au frecările cele mai mici, permit și o mică înclinare a arborelui cu $1/4^\circ$, de asemenea pot prelua și sarcini axiale până la 70% din capacitatea portantă disponibilă.

Rulmenții radiale cu role (figura 4.22.d.) datorită mărimii suprafeței de contact, permit preluarea unor sarcini radiale mult mai mari decât cei cu bile (în medie cu 70 – 90%). Aceste tipuri de rulmenți pot prelua sarcini și nu permit înclinări în reazeme.

Rulmenții radiali-axiali cu bile sau cu role (figura 4.22.b,c.) pot prelua pe lângă sarcini radiale și sarcini axiale mari. Montați perechi pot prelua sarcina axială în ambele sensuri.

Rulmenții radiali oscilanți cu bile sau role (figura 4.22.e,f.) se utilizează atunci când unul din inelele rulmentului ar putea înclina cu $2-3^\circ$ pentru a asigura paralelismul permanent al axelor geometrice ale acestuia cu arborele. Pot prelua și sarcini axiale de până la 20% din capacitatea portantă neutilizată.

Rulmenți axiali (figura 4.22.h.) se folosesc la preluarea sarcinilor axiale mari, într-un sens sau în ambele sensuri fiind respectiv, cu simplu sau dublu efect.

4.8.2. Momentul de frecare în rulmenți

În raport cu destinația lagărului cu rulmenți, din punct de vedere calitativ hotărâtoare sunt: mărirea forțelor de frecare și momentul dat de acestea, cât și durata de funcționare a rulmentului. Momentul de frecare din rulment depinde de mișcarea complexă a bilei de tip ecuatorial care are loc atât în jurul axei rulmentului cât și în jurul axei proprii. Acest moment rezultă din rostogolirea bilelor în căile de rulare, alunecarea dintre bile și inele și dintre bile și colivie, frecarea cauzată de rezistența la rotire a lubrifiantului. Găsirea unor relații matematice pentru calcul este îngreunată de o serie de factori care influențează valoarea momentului de frecare cum ar fi:

- dimensiunile rulmenților;
- precizia de centrare;
- jocurile;
- gradul de uzură asupra forțelor de lucru;
- vâscozitatea lubrifiantului.

De aceea luându-se drept bază frecarea de rostogolire dintre bile și inele, pentru calculul practic, momentul de frecare se stabilește prin determinarea puterii consumate pentru învingerea rezistenței la rostogolire. Pentru un rulment radial cu bile (figura 4.23.), puterea consumată la frecarea de rostogolire a bilei pe cele două inele (căi de rulare) va fi:

$$P_b = P_i + P_e$$

unde: $P_i = M_{fi} \cdot \omega_b$ și $P_e = M_{fi}(\omega_a \cdot \omega_b)$.

ω_a – viteza unghiulară a arborelui (inelul interior fix pe arbore);

F_i – reacțiunea dintre bișă și inel;

ω_b – viteza unghiulară a bilei (I este centrul instantaneu de rotație față de inelul exterior);

s – coeficientul frecării de rostogolire.

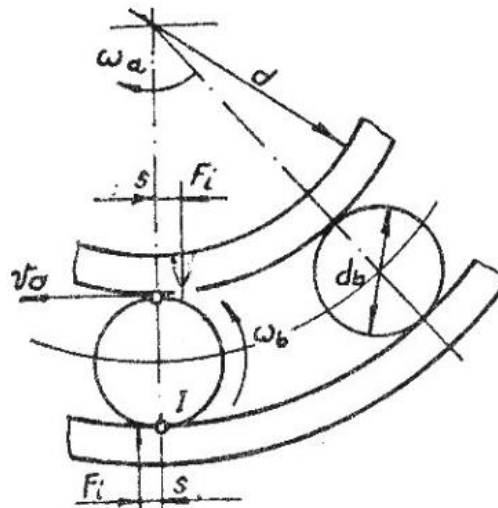


Figura 4.23.

4.8.3. Distribuția încărcării pe corpurile de rostogolire

Unrmărind distribuția încărcării pe corpurile de rulare ale rulmenților (figura 5.24.) se constată că arcul în limitele căruia corpurile de rostogolire sunt încărcate depind de rigiditatea și precizia de execuție a rulmentului. Cu cât acesta este mai rigid și executat mai precis, cu atât unghiul sub care se preia sarcina este mai mare. De asemenea, în cazul în care sunt preluate și sarcini axiale zona de distribuție a încărcării se mărește.

Cu creșterea raportului F_a/F_r numărul corpurilor de rulare care preiau sarcina se mărește (F_a – componentă axială, F_r – componentă radială), iar în cazul $F_r = 0$, toate corpurile sunt încărcate uniform.

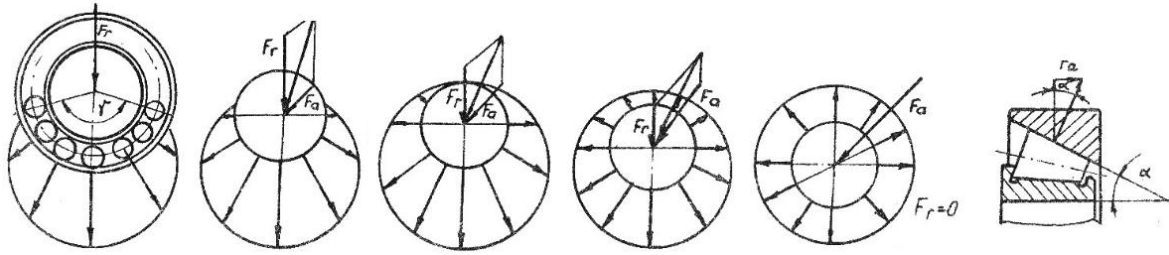


Figura 4.24.

La o încărcare cu un raport F_a/F_r oarecare sarcină axială care poate fi preluată de rulment (dacă sarcina totală încărcată rulmentul este F) are valoarea:

$$F_a = (F - F_r) \cdot K$$

unde K este un coeficient care depinde de tipul și construcția rulmentului. În cazul rulmenților radială-axiali, la o încărcare cu forța radială F_r în rulment și o forță axială suplimentară F_a , care depinde de unghiul de contact nominal α . Influența unghiului de contact α este pus în evidență prin coeficientul încărcării axiale „e”, dat în cataloagele de rulmenți. Pentru rulmenții radiali-axiali cu bile: $F_a = eF_r$, iar pentru rulmenții radiali-axiali cu role conice: $F_a = 0,83 \cdot eF_r$.

Atunci când acționează numai forța radială încărcarea pe bilele de sub planul orizontal se va distribui după o lege oarecare, dar va fi maximă pe bila aflată pe direcția încărcării și 0 pe cea din dreptul diametrului orizontal. Componentele horizontale ale reacțiunilor se vor anula două câte două, iar suma componentelor verticale vor echilibra încărcarea (figura 4.25.).

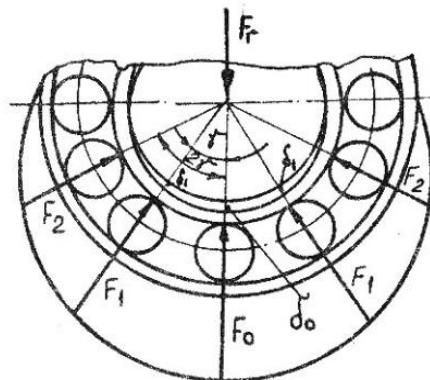


Figura 4.25.

$$F_r = F_0 + 2F_1 \cos \gamma + 2F_2 \cos 2\gamma + \dots + 2F_n \cos n\gamma$$

Deoarece repartizarea sarcinii se face numai pe jumătatea de jos este necesar ca $n \cdot \gamma < 90^\circ$. Inelul interior va avea o variație a deformațiilor radiale ($\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_n$). Astfel: $\delta_1 = \delta_0 \cos \gamma, \delta_2 = \delta_0 \cos 2\gamma, \dots, \delta_n = \delta_0 \cos n\gamma$.

Se observă că distribuția încărcării depinde de raport $z/5$ numit număr de bile purtătoare, precum și de alte condiții cum ar fi mărimea jocului, precizie geometrică, precizia de execuție etc.

4.8.4. Tensiuni în rulmenți

Tensiunile în rulmenți sunt tensiuni de contact de tip hertzian iar valorile maxime se stabilesc cu relațiile corespunzătoare tipurilor de contact dintre corpurile de rostogolire și inele. Tensiunile în rulmenți au caracter variabil, ceea ce se poate demonstra, examinând solicitarea unui punct din rulment. Presupunând inelul exterior fix iar cel interior rotitor, tensiunile de contact într-un punct de pe inelul interior și cel exterior vor avea o repartitie de forma celei indicate în figura 4.26.a și b. Inelul exterior fiind fix, unui punct al acestuia îi va reveni forța F_0 la trecerea unei bile, după care, până la bila următoare nu va fi solicitat, deci tensiunile de contact vor varia pulsator (figura 4.26.b).

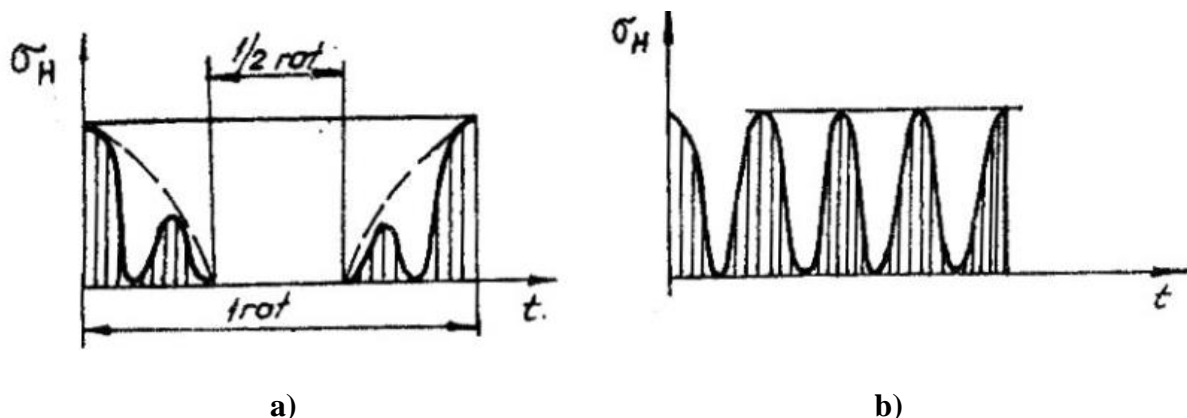


Figura 4.26.

Inelul interior fiind rotitor tensiunile de contact vor avea o repartitie conform figurii 4.26.a. Dacă inelul interior este fix, atunci solicitările se vor inversa, solicitarea cu amplitudine maximă revenind acestui inel.

Variația tensiunii de contact determină caracterul și natura distrugerii rulmenților (uzura de oboseală superficială). Din cauza frecărilor de alunecare dintre bile și inele, bile și colivie, pot apărea uzuri de aderență, sau uzuri abrazive, cauzate de particule abrazive. O altă cauză a ieșirii din uz a rulmenților este distrugerea coliviei. Fisurarea inelelor și a corpurilor de rulare sunt legate de șocuri și vibrații, de montaje necoaxiale care provoacă înclinarea inelelor. La o exploatare normală această uzură nu se observă. Deformațiile plastice (brinelare), imprimarea pe calea de rulare, pot apare la rulmenții înărcați puternic și cu turații lente.

Datorită condițiilor specifice grele de funcționare ale elementelor de rulmenți s-a impus elaborarea unor mărci speciale de oțel. Aceste oțeluri trebuie să fie capabile să suporte tensiuni alternative de valoare foarte mare, rezultate din forțele de compresiune dintre corpurile și căile de rulare ca și tensiunile suplimentare create în rulment în cazul montării acestora cu ajustaje cu strângere. De asemenea ele trebuie să reziste la forțele de frecare care apar între căile și corpurile de rulare în timpul funcționării. Deci materialele pentru rulmenți trebuie să aibă rezistență mare, duritate și tenacitate ridicate și o rezistență mare la uzură. Două categorii de oțeluri au demonstrat calitățile necesare: oțelurile de cimentare și oțelurile cu crom.

4.8.5. Calculul de alegere a rulmenților

Calculul rulmenților se bazează pe două criterii și anume:

- calculul durabilității până la distrugerea lui prin oboseală superficială;
- calculul la încărcare statică care provoacă deformații remanente.

Pentru unele aparate din mecanica fină calculul este bazat pe momentul de frecare. Calculul durabilității pleacă de la definiția durabilității care este exprimată în ore de funcționare sau milioane de rotații, la o turație constantă, realizată înainte de apariția primelor semne de oboseală la inelele sau la corpurile de rulare. Această durabilitate trebuie atinsă de cel puțin 96% din rulmenții din lotul de încercat.

Durabilitatea calculată a unui rulment, exprimată în milioane de rotații ale inelului interior la direcție și mărimi constante ale forțelor se exprimă cu ajutorul relației:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

unde: C – capacitatea de încărcare dinamică la bază [N];

P – sarcina dinamică echivalentă [N];

P – exponent cu valoarea 3 pentru rulmenții cu bile, și 10/3 pentru rulmenții cu role.

În ore de funcționare durabilitatea are valoarea: $L_h = \frac{L \cdot 10^6}{60 \cdot n}$, unde n este turația rulmentului în rot/min, iar L este durabilitatea în milioane de rotații.

Pentru rulmenții radiali „C„ este sarcina pur radială sau pur axială la rulmenții axiali, constantă în mărime, direcție și sens, la care, dacă se rotește inelul interior iar cel exterior este fix, rulmentul atinge o durabilitate de un milion de rotații (L=1). Această valoare reprezintă valoarea stabilită de către producător prin calcule și date experimentale. Legea durabilității a fost stabilită pentru cazul sarcinilor pur radiale și constante la valoare, direcție și sens, dacă forța acționează pe o direcție oarecare față de axa rulmenților, repartiția sarcinilor se va modifica în funcție de componentele F_a , F_r , unghiul β și unghiul α , (figura 4.27).

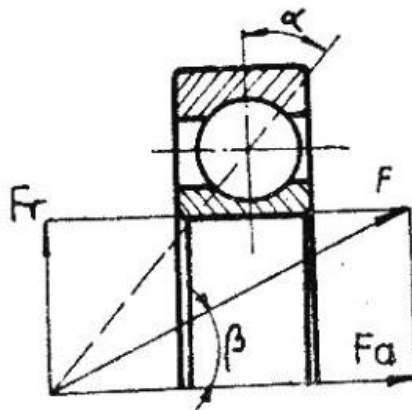


Figura 4.27.

Condiția durabilității de bază va fi respectată dacă sistemul de sarcini este înlocuit cu o sarcină echivalentă P care va avea același efect asupra durabilității de bază ca și sarcinile reale. Pentru rulmenții radiali și radiali-axiali sarcina dinamică echivalentă are expresia:

$$P = XV F_r + Y F_a$$

unde: F_a, F_r – sarcini axiale respectiv sarcini radiale;

V – coeficient de siguranță cinematic ($V = 1$ pentru inelul interior rotitor, $V = 1,2$ când se rotește inelul exterior, $V = 1,1$ în cazul rulmenților oscilanți, când inelul interior este fix). Deosebirea între valorile lui V se datorează faptului că atunci când unul dintre inele se rotește

cu sarcina (vector rotitor) inelul respectiv este supus unei încărcări locale, iar inelul staționar este supus unei încărcări periodice;

X și Y – sunt coeficienții sarcinii radiale respectiv axiale (aceștia sunt stabiliți în standard și se oferă pentru fiecare tip de rulment în două ipoteze: $F_a/F_r \leq e$; $F_a/F_r \geq e$ unde „e„ este un coeficient numeric care se oferă din cataloagele de rulmenți și depinde de tipul rulmentului, unghiul de contact și direcția forței).

În calculul sarcinii dinamice echivalente trebuie ținut cont și de modul de acțiune a sarcinii precum și de temperatura de lucru a rulmentului. Dacă aceasta este mai mare de 80° , atunci sarcina dinamică echivalentă scade corespunzător relației:

$$P = (XVF_r + YF_a)K_\sigma \cdot K_t$$

unde: K_σ – este coeficientul de siguranță care depinde de caracterul sarcinii ($K_\sigma = 1$ la funcționarea liniștită, fără șocuri); $K_\sigma = 2,5 \dots 3$ la sarcini cu șoc și la suprasarcini de scurtă durată $\approx 300\%$ din sarcina normală;

K_t – este coeficientul temperaturii de lucru (la $t = 100^\circ\text{C}$, $K_t = 1$ și $t = 250^\circ\text{C}$, $K_t = 1,4$).

Metoda de calcul pentru alegerea rulmenților folosind durabilitatea se poate face în două variante. Astfel, într-o primă variantă, în funcție de caracterul sarcinii, cerințele constructive ale reazemului, condițiile de exploatare și de montaj, se alege tipul de rulment, iar din cataloage și standarde dimensiunile acestuia. Se stabilește capacitatea de încărcare dinamică de bază și se determină durabilitatea rulmentului, care trebuie să fie cuprinsă în limitele admisibile recomandate pentru aparatul respectiv.

În cea de-a doua variantă, după fixarea tipului de rulment, alegerea propriu-zisă se poate face astfel: se stabilește durata de funcționare în ore L_h , sau milioane de rotații L , se calculează sarcina dinamică echivalentă, se determină capacitatea de încărcare dinamică a rulmentului și apoi, din cataloage se aleg dimensiunile rulmentului astfel încât $C_{\text{calculat}} \leq C_{\text{catalog}}$. Durabilitatea prescrisă de obicei este $L_h = 25000 \dots 10000$ ore.

În cele ce urmează se va exemplifica determinarea sarcinii dinamice echivalente pentru cazul general al rulmenților radiali-axiali. În general în construcția unor utilaje (pe arborii acestora) rulmenți sunt identici și se montează perechi în opoziție (pe un reazem și pe celălalt), formând montaje în „O„ sau în „X„ (figura 4.28.). Astfel, este suficient a se determina capacitatea portantă numai pentru rulmentul din reazemul cel mai încărcat. La aceste tipuri de rulmenți datorită reacțiunilor radiale și a căii de rulare înclinate cu unghiul α , vor apărea reacțiuni care tind să îndepărteze căile de rulare una față de alta. Aceste reacțiuni se numesc forțe axiale proprii și se calculează cu relația:

$$F'_a = 0,5 \frac{F_r}{Y}$$

unde: F_r – reacțiunea radială din lagăr;

Y – coeficientul axial al rulmentului respectiv, care se determină în ipoteza ca raport

$\frac{F_a}{F_r} \leq e$, F_a reprezintă reacțiunea axială din lagărul 1 sau 2.

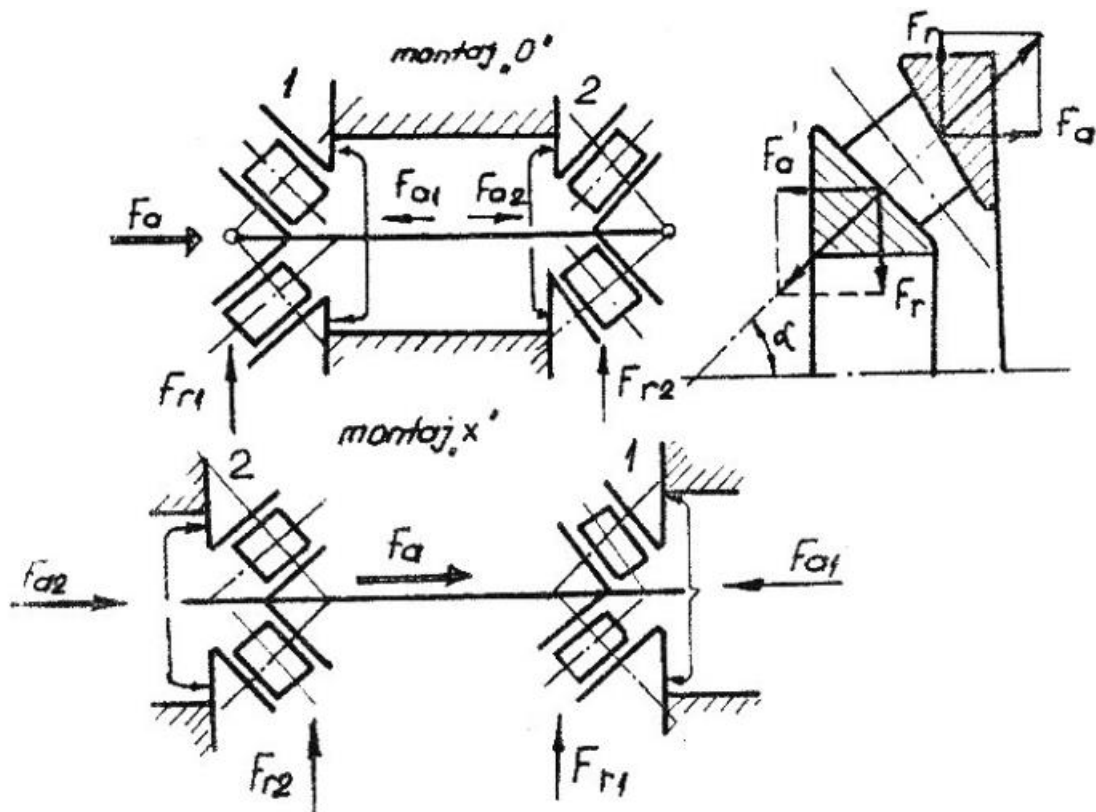


Figura 4.28.

S-a notat cu 1 lagărul încărcat

Este necesar să se determine forțele axiale F_{a1} și F_{a2} care încarcă cei doi rulmenți corespunzător din cele două lagăre. Aceste reacțiuni se opun forțelor axiale proprii care tind să se depărteze una față de cealaltă.

Ecuția proiecțiilor forțelor pe direcția axei arborelui va fi de forma: $F_a + F_{a2} - F_{a1} = 0$, relație în care F_a este forța axială exterioară, care apare datorită organului montat pe arbore. În afară de aceste condiții într-unul din lagăre trebuie îndeplinită condiția: $F_{ai} = F'_{ai}$ unde „i”, are valori 1 sau 2. Deoarece nu se știe în care dintre cele două lagăre este îndeplinită această condiție, problema se rezolvă prin încercări.

Valorile obținute pentru F_{a1} și F_{a2} se vor determina corespunzător sarcinile dinamice echivalente, stabilindu-se coeficientul X și Y. Calculul la deformații plastice, bazat pe capacitatea de încărcare statică, pleacă de la considerația că pe suprafața de contact dintre corpurile de rulare și inele, apar deformații elastice și plastice, ultimele fiind determinate pentru buna funcționare a rulmentului. Pentru aprecierea comportării rulmenților, s-a adoptat noțiunea de capacitate de încărcare statică de bază (C_0), definită ca sarcină pur radială (pentru rulmenți radiali) sau cea pur axială (pentru rulmenți axiali), care provoacă o deformație permanentă de 0,0001 din diametrul corpului de rulare în punctul de contact al acestuia cu calea de rulare.

Sarcina statică echivalentă P_0 reprezintă valoarea forței radiale sau axiale, care provoacă aceeași deformație permanentă în locul de contact cel mai încărcat dintre corpul de rulare și calea de rulare, ca și aceea care apare în condițiile reale de încărcare.

Calculul rulmenților pe baza capacității de încărcare statică de bază se face pentru rulmenții fiși sau cu turație $n < 10$ rot/min. În acest caz, după alegerea tipului și a dimensiunilor rulmentului se stabilește capacitatea de încărcare statică de bază C_0 , sarcina statică echivalentă și apoi se determină coeficientul de siguranță.

4.9. Frecarea în cuplele superioare care formează angrenaje cu roți dințate

Mecanismul format din două roți dințate mobile în jurul a două axe cu poziție relativă invariabilă, una antrenându-o pe cealaltă prin acțiunea dinților aflați succesiv în contact, poartă denumirea de angrenaj.

Raportul de transmitere la roțile dințate este dat de o relație similară cu cea de la roțile de fricțiune:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

unde: R_2 și R_1 reprezintă razele unor cercuri care nu se execută, deoarece transmiterea mișcării se face prin intermediul dinților de contact.

Roțile dințate au o largă utilizare în tehnică, folosindu-se pentru a transmite mișcări de la viteze foarte mici (2m/min) până la viteze foarte mari (150m/s), cu putere de la 0,01kW la peste 10.00kW, iar diametrul lor poate varia de la câțiva milimetri până la 12 metri. Suprafețele laterale ale dinților prin care se realizează contactul se numesc flancuri (figura 4.29.). Dantura unei roți este determinată în afară de flancuri, de suprafețele de cap și de picior care pot fi cilindri sau conuri coaxiale cu axa roții, roata purtând denumirea de roată cilindrică sau conică. Dacă suprafața de cap este în exteriorul celei de picior, dantura este exterioară, iar în caz contrar roata dințată are dantură interioară.

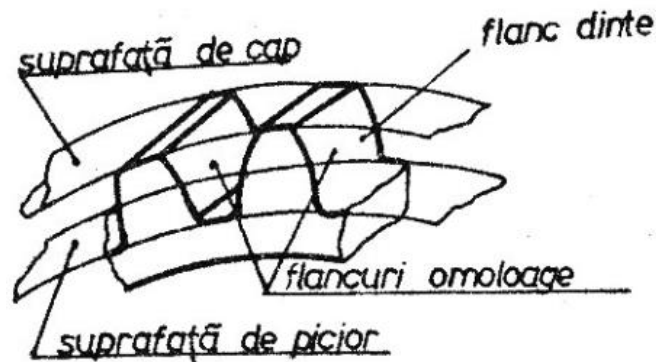


Figura 4.29.

Clasificarea angrenajelor se poate face în funcție de poziția relativă a axelor:

- angrenaje cu axe paralele, atunci când roțile au formă cilindrică (figura 4.30.a);
- angrenaje cu axe concurente, atunci când roțile au formă conică (figura 4.30.b);
- angrenaje cu axe neparalele și neconcurente, atunci când roțile pot fi elicoidale (figura 4.30.c), dacă sunt detașate din porțiunile centrale (figura 4.30.d) sau ipoide dacă sunt detașate din porțiunile marginale ale unor hiperboloizi cu o pânză (figura 4.30.f).
-

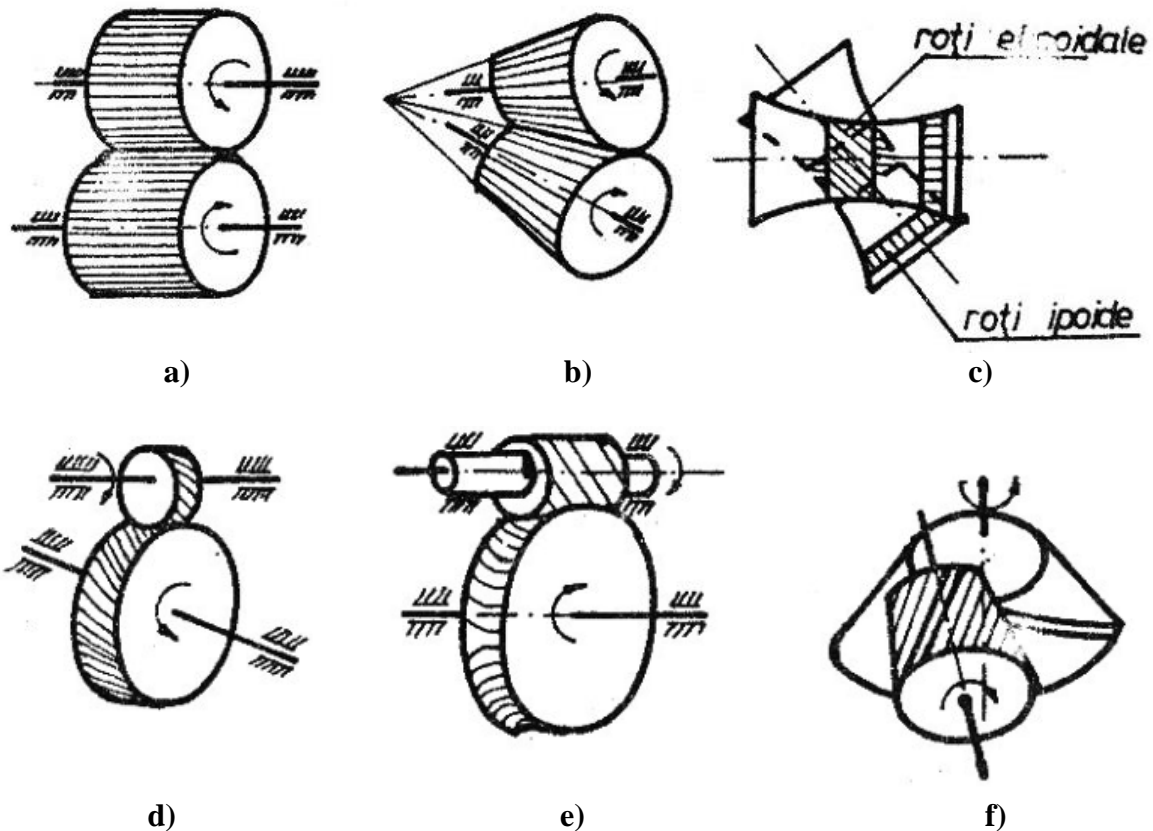


Figura 4.30.

Din categoria roților cu axe neparalele face parte și angrenajul melc-roată melcată, care, poate fi considerat ca un caz particular al angrenajului elicoidal (figura 4.30.e). După cum s-a arătat, dacă una dintre roți degenerază în cremalieră, angrenajul cu axe paralele cu roți cilindrice se transformă în angrenaj roată dințată cilindrică cremalieră, iar dacă una dintre roți devine plană, angrenajul conic se transformă în angrenaj roată conică-roată plană.

După forma liniei flancurilor se deosebesc: roți cu dinți drepecți, a căror direcție este paralelă cu generatoarea roții, roți cu dinți înclinați sun un anumit unghi față de generatoarea roții cu roți cu dinți curbi formați din arce ale diferitelor curbe.

În funcție de modul de foemare, angrenajele sunt de douiă tipuri:

- angrenaje exterioare, formate din două roți cu dantură exterioară, atunci când sensul de rotație se schimbă;
- angrenaje interioare, formate dintr-o roată cu dantură interioară și una cu dantură exterioară.

4.9.1. Elemente geometrice a roții cilindrice cu dinți drepecți

Angrenajele cilindrice cu axe paralele pot fi studiate într-o secțiune frontală, perpendiculară pe axele roților. În această secțiune, cilindrii de cap și de picior se transformă în cercuri ce aceleași denumiri (figura 4.31.).

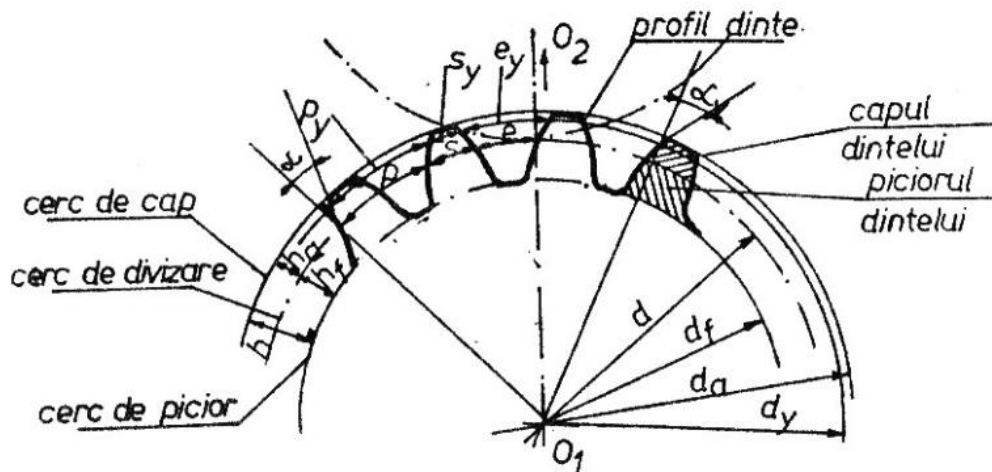


Figura 4.31.

Cercul cu diametru d se numește cerc de divizare. Acest cerc definește roata dințată considerată izolată și servește la determinarea elementelor danturii, fiind invariabil pentru o anumită roată.

Spre deosebire de acesta, în timpul angrenării unei roți cu conjugata sa, se definește cercul de rostogolire sau suprafața de rostogolire, care depinde astfel de caracteristicile roții conjugate, deci se modifică odată cu schimbarea roții conjugate. Elementele geometrice ale roții dințate cilindrice cu dinți drepi sunt:

d – diametrul de divizare

p – pasul de divizare, definit ca lungimea cercului de divizare limitat de două profile (flancuri) omoloage consecutive;

Dacă z este numărul de dinți ai roții se poate scrie $p = \pi d/z$.

d_a – diametrul de cap sau diametrul cercului de cap;

d_f – diametrul de picior sau diametrul cercului de picior;

h – înălțimea capului dintelui;

h_a – înălțimea capului dintelui în raport cu cercul de divizare;

h_f – înălțimea piciorului dintelui în raport cu cercul de divizare;

s – arcul dintelui pe cercul de divizare, determinat de lungimea arcului pe cercul de divizare limitat de profilele (flancurile) unui dinte;

a – arcul golului dintre dinți, determinat de lungimea arcului pe cercul de divizare limitat de profilele unui gol;

α – unghiul de presiune al profilului pe cercul de divizare, definit ca unghiul format de tangenta la profil în punctul de intersecție al acestuia cu cercul de divizare și raza punctului de tangentă.

4.9.2. Legea fundamentală a angrenării

Legea fundamentală a angrenării stabilește condițiile care trebuie îndeplinite de curbele de profil ale dinților pentru ca raportul de transmitere să fie constant. Se consideră două roți dințate (figura 4.32.) care se rotesc în jurul axelor O_1 și O_2 cu vitezele unghiulare ω_1 și ω_2 și profilele dințate formate din curbele P_1 și P_2 în contact cu punctul M . În punctul de contact, vitezele periferice ale celor două profile vor fi: $v_1 = \omega_1 O_1 M$, $v_2 = \omega_2 O_2 M$.

Deoarece punctul C se află pe dreapta $O_1 O_2$ care unește centrele fixe de rotație, la intersecția ei cu normalul NN rezultă că raportul de transmitere va fi constant, dacă punctul C rămâne fix pe linia centrator, tot timpul cât cele două profile P_1 și P_2 sunt în contact. Ca urmare, legea fundamentală a angrenării se enunță astfel:

Pentru ca raportul de transmitere să fie constant, este necesar ca normala comună în punctul de contact al profilurilor să treacă printr-un punct fix situat pe linia centrelor. În timpul angrenării celor două profiluri, în punctul C se află în contact două cercuri cu razele O_1C respectiv O_2C , care se rostogolesc fără alunecare deoarece în acest punct viteele lor liniare sunt egale. Aceste cercuri se numesc cercuri de rostogolire. Deci punctul C se află la contactul dintre cele două cercuri de rostogolire.

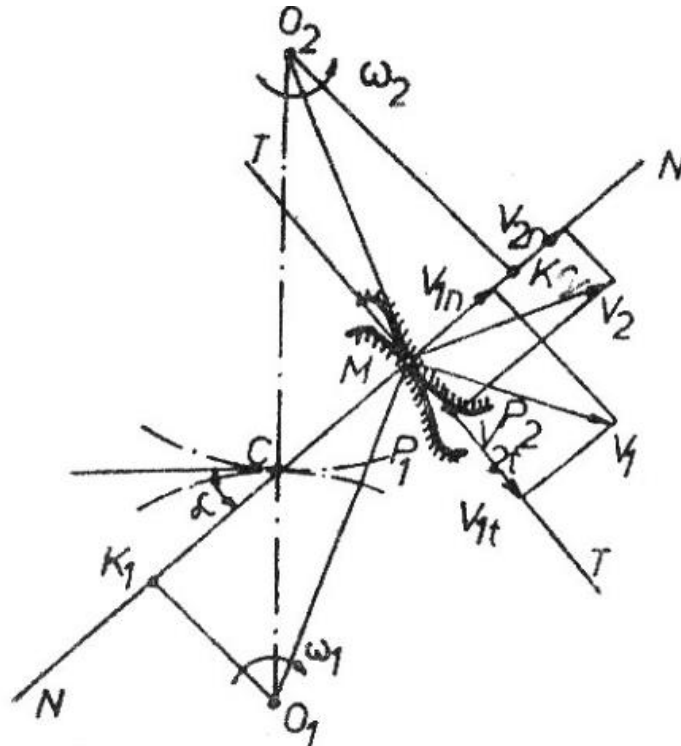


Figura 4.32.

La studiul fenomenului angrenării apar noțiunile de: linie de angrenare și cel de unghi de angrenare. Linia de angrenare reprezintă curba descrisă de punctul de contact al profilurilor în timpul angrenării. Unghiul de angrenare (d) reprezintă unghiul format de normala comună în punctul de contact și perpendiculara pe linia centrelor.

4.9.3. Curbe folosite pentru profilul roților dințate

Din infinitatea perechilor de profile care satisfac legea fundamentală a angrenării, în practică se folosesc un număr foarte limitat de tipuri de profile, care satisfac mai complet următoarele cerințe cinematice, tehnologice de rezistență și de exploatare: posibilitatea execuției cu scule simple, capacitate de transmitere a eforturilor cât mai mare, asigurarea interschimbabilității, funcționarea silențioasă fără șocuri, sensibilitate redusă la erorile de execuție.

Aceste condiții sunt satisfăcute de perechi de curbe ciclice, descrise de un punct invariabil al unui cerc, ruleta sau cercul generator, care se rotește fără alunecare pe o curbă oarecare numită bază. Dacă și baza este un cerc, curbele poartă denumirea de cicloide. Atunci când ruleta de rază r se rostogolește, pe exteriorul cercului cu baza r_b sau pe interiorul acestui cerc, curbele obținute poartă denumirea de picicloide, respectiv hipocicloide (figura 4.33.).

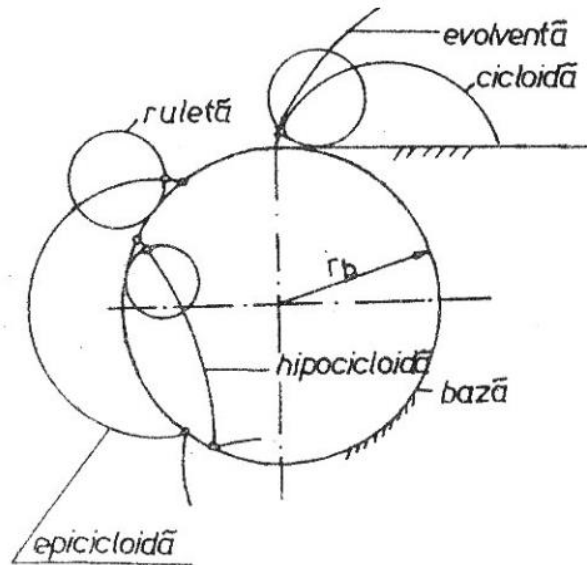


Figura 4.33.

Dacă raza ruletei devine infinită, atunci ruleta se transformă într-o dreaptă, curba generată de un punct al acestei drepte care se rostogolește pe baza se numește evolventă. *Evolventa* reprezintă curba care se folosește astăzi aproape în exclusivitate la profilul dinților dințate, datorită unor proprietăți pe care le are și care facilitează construcția și exploatarea angrenajelor.

Din construcția evolventei rezultă o serie de proprietăți ale acestei curbe utile la construcția, controlul și exploatarea roților dințate și anume:

- evolventa nu are puncte în interiorul cercului de bază (punctul inițial este pe acest cerc);
- normala în orice punct la evolventă este dreapta care o generează și este tangentă la cercul peste care se rostogolește, adică la cercul de bază;
- centrul de curbură al evolventei se află pe cercul de bază;
- raza de curbură în orice punct este egală cu lungimea arcului peste care se rostogolește.

Din ecuațiile evolventei rezultă o serie de proprietăți precum:

- evolventele de pe același cerc sunt identice. Orice curbă care se află la o distanță egală de o evolventă este tot o evolventă. Distanța se măsoară pe normală și cum aceasta este tangentă la cercul de bază, rezultă că, se poate măsura lungimea unui arc printr-un segment de dreaptă (proprietatea este utilă la controlul roților dințate).
- dacă raza cercului de bază este infinită, evolventa generată va fi o dreaptă perpendiculară pe r_b (proprietatea utilă la prelucrarea danturii). Deci danturile u profil evolventă pot fi generate cu scule cu profil liniar;
- fiecare roată poate fi danturată astfel încât să angreneze cu oarecare număr de roți.

4.9.4. Frecarea și alunecarea profilelor în cazul roților dințate

Alunecarea dintre profile prezintă interes prin prisma uzurii flancurilor. Ca fenomen, dacă două curbe a-a sau b-b se află în contact în punctul M (figura 4.34.) în mișcare relativă, se obține fenomenul de rostogolire pură, alunecare sau uzură, funcție de modul de alunecare a celor două profile unul față de celălalt.



Figura 4.34.

Raportul între suprafețele celor două profiluri afla în contact variază ($s_a = s_b$), una dintre curbe făcând contact în același punct în cazul alunecării pure. Între profiluri există numai rostogolire pură în punctul C (punctul angrenării). Cu excepția punctului C în oricare alt punct de contact, componentele tangențiale ale vitezelor sunt diferite, astfel luând naștere alunecarea relativă.

4.10. Starea de ungere și uzura în cuplele cinematice

Frecarea, stare de ungere și uzura fiind în interdependență de natură cauză-efect, cercetările asupra proceselor de frecare respectiv de ungere, au obligat totodată la studierea fenomenului de uzură. Uzura își găsește, în final expresia în pierderea de material de pe suprafețele în mișcare relativă ale corpurilor în contact, având ca urmare modificarea dimensiunilor, a formei geometrice și a jocurilor. În anumite condiții de temperatură pot interveni simultan și modificări structurale ale structurilor superficiale. Toate acestea influențează în mod direct sau indirect, capacitatea portantă a organelor de mașini, precizia de lucru a mașinilor, cinematica funcțională, făcând totodată să apară forțe dinamice dăunătoare, conducând la funcționarea neuniformă a agregatului și în final la scoaterea acestuia din uz.

Uzura exprimată cantitativ în volum sau greutate raportată la anumiți parametri geometrici și funcționali caracteristici, este un proces progresiv care trebuie combătut.

În procesele de frecare și uzură o mare parte din energia consumată se transformă în căldură pe suprafața de contact, acest efect devine hotărâtor odată cu creșterea parametrilor funcționali (viteză, sarcină). Procesul de acumulare și de transfer de căldură va stabili un câmp de temperaturi în cupla de frecare. Câmpul de temperaturi are ca reacție secundară influența asupra proceselor chimice și tribochimice și de interacțiune superficială a straturilor în contact.

Disiparea fluxului termic generat prin frecare este determinată de proprietăți termofizice ale materialelor în contact, de dimensiunile elementelor cuplei și de regimul de frecare. Transmiterea căldurii se face după normala la suprafața reală de contact, din punctele cu temperatură mai mare către cele cu temperatură mai mică, propagarea făcându-se cu ajutorul fenomenelor de conducție și convecție.

4.10.1. Etape de uzură

În desfășurarea procesului global de uzură se disting principal trei etape (figura 4.35.):

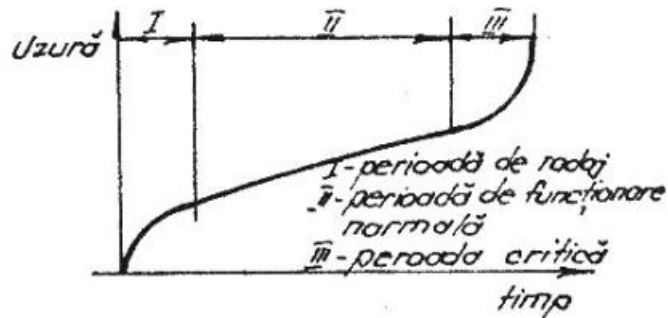


Figura 4.35.

1. **Perioada de rodaj** – în care se produce uzura inițială, rapidă, până când se ajunge la echilibru;
2. **Perioada de funcționare normală** – în care piesele se uzează lent, aproape uniform în limite care asigură respectarea condițiilor impuse;
3. **Perioada critică** – în care uzura crește din nou foarte rapid, abaterile de dimensiuni, formă, jocuri, devenind atât de mari încât cuplul de piese sau chiar mașina este pusă în pericol de defectare;

Rodajul – reprezintă procesul de pregătire progresivă a suprafețelor pieselor după montaj, înainte de darea în exploatare normală, printr-o funcționare sub sarcini reduse, la viteze reduse, urmată de creșterea lor treptată în condiții speciale de ungere. Modul și condițiile în care se efectuează rodajul sunt hotărâtoare pentru comportarea ulterioară a agregatului și pentru durabilitatea lui. Prin rodaj se realizează o netezire a suprafețelor și o uniformizare a jocurilor. În această perioadă, se folosește un lubrifianț mai fluid în scopul activării fenomenului de eliminare a căldurii degajate.

4.10.2. Aspecte de uzură

După natura fenomenelor care apar în procesul de uzură, acesta este apreciat a fi de patru feluri: uzură abrazivă, uzură de aderență (contact), uzură prin oboseala stratului superficial și uzură corozivă.

Uzura abrazivă este un proces mecanic de degradare prin așchiere și zgâriere, a suprafețelor de contact, provocată de prezența unor particule dure între acestea (praf, așchii metalice) sau de asperitățile dure ale uneia dintre suprafețe în contact. Aprecierea durabilității unui element asupra uzurii abrazive se poate face pe baza coeficientului de uzură C_u , respectând raportul dintre cantitatea de material îndepărtat prin uzură δ , și unitatea de energie consumată prin frecare.

$$C_u = \frac{\delta}{E_f}$$

unde: $E_f = P_f t$ – puterea consumată prin frecare și timp.

Uzura de aderență apare la dispariția locală a lubrefiantului pe durate scurte, în proces fiind implicată și acțiunea fenomenelor termice. În asemenea cazuri pot apărea deplasări locale de materiale ca o manifestare a curgerilor plastice sau a topirii locale a lui. Teoria formării

punților de sudură duce și la un mod de explicare a acestui gen de uzură prin ruperea punților de sudură.

Gripajul este o formă extremă de uzură de contact prin care, în urma dispariției momentane și parțiale a straturilor protectoare ale suprafețelor metalice – dacă acestea nu se refac în timp foarte scurt – datorită concentrărilor termice locale foarte puternice locale foarte puternice, se produc suduri și smulgeri de suprafețe de contact, care lasă urme sub formă de rizuri, piesele devenind inutilizabile. Defecțiunile de ungere, vâscozitatea insuficientă a lubrifiantului, deformații termice peste limitele admise, deformații elastice inadmisibile având ca rezultat încărcări de contact locale exagerate sunt unele din cauzele uzurii de aderență până la faza de gripaj.

Aprecierea cantitativă a uzurii se face pe baza volumului de material îndepărtat:

$$V = kFl_f/\sigma_0$$

unde: k – este coeficientul de uzură egal cu probabilitatea de formare a unor fragmente detașate prin interacțiunea asperităților;

F – sarcina aplicată;

l_f – distanța de alunecare;

σ_c – limita de curgere a materialului.

Uzura prin oboseală a stratului superficial se manifestă pe suprafețele a două corpuri în contact teoretic punctiform sau liniar, atunci când tensiunile de contact sunt variabile. Pe aceste suprafețe apar microfisuri care se dezvoltă prin dislocarea materialului sub acțiunea lubrifiantului și a tensiunilor tangențiale. Dacă există lubrifiant, în microfisuri apar presiuni hidrodinamice foarte ridicate sub acțiunea sarcinilor de contact care vor duce la dislocări de material, microfisura transformându-se în fisură, aparând astfel ciupitura (pitting-ul), iar dacă suprafețele lor sunt uscate apar exfolieri ale stratului.

Calculul uzurii prin oboseală superficială se bazează pe constatarea experimentală că între tensiunea de contact σ_H și durabilitatea N , măsurată în număr de cicluri, există o dependență de tipul diagramelor Wohler: $\sigma_H \cdot N^3 = \text{const}$. Pentru fiecare material există o tensiune de contact σ_{H0} încât dacă se menține o valoare a tensiunii efective $\sigma_H < \sigma_{H0}$, oboseala nu apare.

Uzura corozivă este rezultatul reacției chimice dintre materialul suprafețelor în contact și mediul înconjurător sau lubrifiant, care conține apă și alte substanțe agresive. În stratul superficial se formează compuși fragili, care facilitează desprinderea materialului sub acțiunea unor factori mecanici ce acționează alături de cei chimici. Pentru diminuarea acestora se recomandă neutralizarea agenților agresivi sau folosirea unor materiale rezistente la acțiunea lor chimică.

Se pot aminti și alte forme de uzură: uzura de cavitație, constând în ciupituri și eroziuni pe suprafața pieselor, cauzate de viteze mari în mediul lichid; uzura de fretare, ca efect al unor microalunecări, însoțite de un proces corosiv la unele piese asamblate prin strângere, etc.

4.10.3. Căile de reducere a uzurii

Uzura poate fi redusă dacă sunt cunoscute efectele acțiunii factorilor care o influențează starea de ungere și natura lubrifiantului; cuplul de material și calitate suprafețelor în contact.

Starea de ungere și natura lubrifiantului

Transmiterea fluxului de forțe între contacte separate total sau parțial de un film de lubrifiant, conduce la frecarea mult mai redusă în comparație cu contactul uscat sau uscat tehnic.

După cum s-a arătat, frecarea este însoțită de căldură și uzură, deci orice măsură care conduce la atenuarea proceselor de uzură duce la creșterea durabilității.

Tehnica actuală întrebuințează pentru ungere lubrifianți lichizi, semizolizi, solizi și gazoși în funcție de natura agregatului, de condițiile de funcționare și întreținere. Limita dintre uleiuri (lubrifianți lichizi) și unsoari consistente (lubrifianți semisolizi) este trasată de gradul de fluiditate 20°C, originea lor putând fi vegetală, animală sau minerală. Materialele din primele două categorii (vegetale și animale) sunt scumpe și lipsite de constanță chimică, cele de origine minerală sunt folosite în exclusivitate.

După natura lor, rolul funcțional al lubrifianților este multiplu:

- asigurarea peliculei portante a suprafețelor în mișcare relativă, constituind elementul de preluare a sarcinii;
- protecția contra contactului direct, micșorând pierderile prin frecare și uzură;
- transportul căldurii produse prin frecare sau rezultate din reacțiile chimice, spre exterior, atât prin corpurile în contact cât și prin însuși fluxul de lubrifiant;
- transportul componentelor de uzură (așchii);
- etanșarea, respectiv protecția contra pătrunderii impurităților din exterior.

Pentru aprecierea materialelor destinate ungerii sunt de luat în considerare următoarele proprietăți: vâscozitatea, capacitatea de ungere (onctuozitatea), greutatea specifică, punctul de inflamabilitate, punctul de ardere, punctul de aprindere, punctul de solidificare (congelarea), emulsionabilitatea, conținutul de acizi liberi, cenușă și impurități mecanice, stabilitate chimică, etc.

Vâscozitatea este proprietatea lubrifiantului care caracterizează frecarea internă a acestuia. Vâscozitatea, legată de natura chimică, de structura și greutatea medie moleculară a lubrifiantului, nu este o măsură pentru calitatea lui, ci numai pentru rezistența la alunecare al particulelor ce îl compun. Se disting trei tipuri de vâscozități: dinamică, cinematică și relativă.

Vâscozitatea dinamică η a unui fluid în curgere laminară, apare în legea lui Newton ca raport între tensiunea și gradientul vitezei pe direcția perpendiculară pe cea a mișcării.

$$\eta = \tau / \frac{dv}{dn} \quad [\text{Ns/m}^2]$$

Scrisă sub această formă vâscozitatea dinamică duce la interpretarea că aceasta este forța necesară pentru deplasarea relativă a două suprafețe în masa de fluid având fiecare mărime de 1m² separate printr-un strat de fluid de grosime egală cu 1m, cu viteza relativă 1m/s.

Raportul dintre vâscozitatea dinamică η și densitatea ρ la temperatură și presiune respectivă poartă denumirea de *vâscozitate cinematică* :

$$v = \eta / \rho \quad 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$$

Vâscozitatea relativă se măsoară în °E (grade Engler) și se determină ca raport între timpul de scurgere a unei și aceeași unități de ulei și de apă la temperatura măsurată.

Onctuozitatea (capacitatea de ungere) este proprietate a uleiurilor cu caracter polar care se manifestă în contactul cu suprafețele solide și reprezintă capacitatea unui lubrifiant de a forma un puternic strat aderent pe o suprafață.

Punctul de inflamabilitate (temperatura la care uleiul încălzit într-un vas deschis se aprinde), *punctul de ardere* (temperatura la care uleiul aprins, continuă să ardă de la sine), *punctul de congelare* (temperatura la care uleiul sub acțiunea propriei sale greutăți nu mai curge în mod vizibil), oferă indicații supra posibilităților de întrebuințare a lubrifiantului. Conținutul de acizi, apă, sulf, alte impurități, indică concentrația produselor de contaminare și nu trebuie să depășească o anumită limită pentru folosirea în condiții corespunzătoare a lubrifianților.

Materialele de ungere semisolide (unsori consistente) se obțin în amestecuri de uleiuri minerale cu săpunuri metalice.

Lubrifiții solizi se prezintă sub formă de pudră precum grafitul coloidal sau bisulfura de molibden amestecată în unsori sau uleiuri (1-2%) ori cu adaosuri în mase plastice și în amestecuri sinterizate care formează perne lubrifiante, așezându-se în spațiul dintre asperități.

Cuplul de materiale în contact

La alegerea materialelor pentru cuplele cinematice este necesar să se țină seama de o serie de proprietăți pe care trebuie să le posede: rezistență mare statică și la solicitări variabile în condiții de temperaturi ridicate, rezistență la uzură și coroziune, afinitate față de lubrifiant, capacitate bună de rodare, coeficient de dilatare redus, conductivitate termică bună, afinitate mică între materialul fusului și a cuzinetului, rezistență la uzură a cuzinetului (partea fixă) trebuie să fie de 2-4 ori mai mică decât a fusului (de asemenea și caracteristicile mecanice), temperatura de topire să fie superioară temperaturii de funcționare a lagărului.

Elementul principal al unei cuple cinematice cu frecare (lagăr) este cuzinetul care se excută de obicei dintr-un material rezistent și ieftin sau căptușit cu material de antifricțiune (care satisface cerințele procesului complex de frecare, ungere și uzură).

Se folosesc materiale feroase cum ar fi oțelurile în special cele slab aliate și fonte care datorită conținutului lor de grafit, prezintă bune proprietăți de antifricțiune. Dezavantajele acestor materiale este slaba rezistență la coroziune și proprietățile mecanice slabe.

Ca materiale neferoase se folosesc bronzurile, compozițiile de lagăr și aliajele ușoare.

4.10.4. Ungerea. Modalități de formare a peliculei de lubrifiant

Un rol important în formarea peliculei de lubrifiant în cuplele transmisiilor îl joacă aderența acestei pelicule la suprafețele în mișcare. Straturile aderente de fluid pun succesiv în mișcare prin acțiunea vâscozității straturile vecine (figura 4.36.).

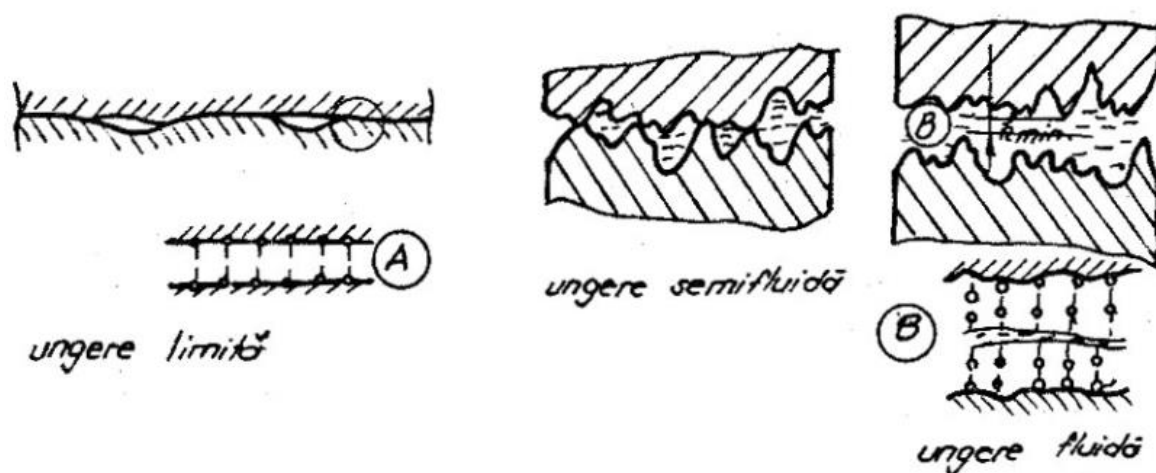


Figura 4.36.

În cazul frecării fluide corpul intermediar este chiar pelicula de lubrifiant. În acest caz grosimea minimă (h_{min}) a peliculei de lubrifiant este mai mare decât suma înălțimii maxime a peliculei de lubrifiant. Dacă $h_{min} \approx 10 - 100\mu m$ ungerea se numește un film gros. Dacă grosimea peliculei se apropie de ordinul de mărime a sumei rugozității dică $h_{min} \approx 1 - 2\mu m$, ungerea se numește cu film subțire. Forța portantă, rezultată prin acțiunea presiunii din filmul de lubrifiant pe suprafața reală depinde de factorii geometrici (forma și geometria interstițiului dintre cele două suprafețe de frecare) și de factorii fizico-chimici.

Menținerea regimului de frecare și corespunzător ungere fluidă constituie scopul unor măsuri constructive funcționale în multe aplicații practice (lagăre cu alunecare, rulmenți, angrenaje, variatoare elastohidrodinamice). Prezența rugozității pe suprafețele de frecare face ca pelicula de lubrifianț să fie, uneori întreruptă total sau parțial.

Dacă contactele directe dintre rugozități sunt rare, se admite că regimul de frecare este fluid, în caz contrar regimul este mixt, limită sau chiar uscat.

Asigurarea frecării fluide respectiv formarea filmului fluid, portant se poate face pe două căi principale:

- pelicula hidrodinamică (HD) se formează atunci când lubrifianțul este introdus fără presiune sau cu presiune redusă între suprafețele de frecare. Capacitatea autoportantă a filmului rezultă din fenomene generate de legile dinamicii fluidelor, dar condiționat de existența unei viteze relative suficiente și unor forme adecvate spațiului dintre suprafețele în mișcare (formă de pană), (figura 4.37, figura 4.38.) precum și în cazul mișcării de apropiere;
- pelicula hidrostatică (HS) se formează atunci când lubrifianțul este introdus din exterior sub o presiune și un debit care să asigure filmul continuu de lubrifianț între suprafețele de frecare, prin egalarea prin câmpul de presiuni, a sarcinii exterioare. Existența filmului de lubrifianț nu este condiționată de prezența formei de pană a interstițiului (figura 4.38.)

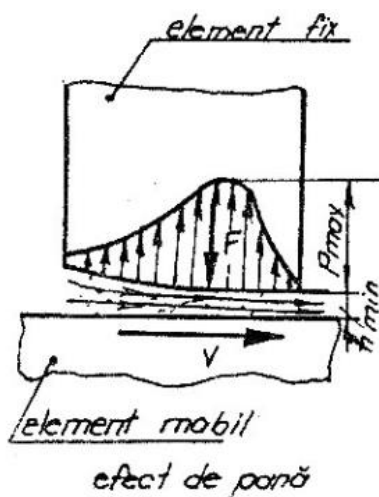


Figura 4.37.

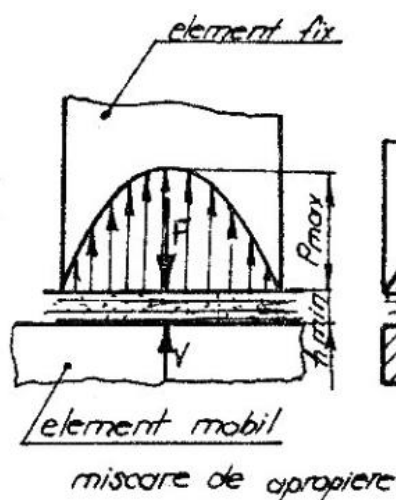


Figura 4.38.

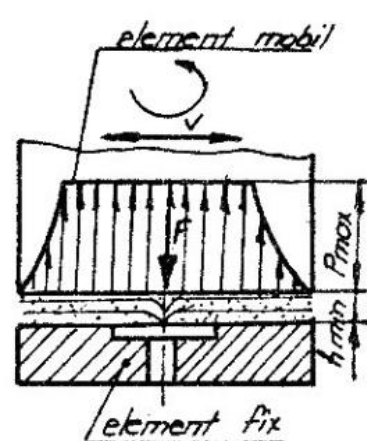


Figura 4.39.

În cazul ungerii elastohidrodinamice (EHS) sau cea a ungerii elastohidrodinamicii (EHD), datorită deformațiilor elastice ale suprafețelor se modifică forma interstițiului și geometria filmului portant. Apariția deformațiilor elastice este legată de utilizarea în cadrul cuplei a unei presiuni locale ridicate. Pentru acest motiv se utilizează noțiunea de ungere EHD pentru contactele hertziane cu contact punctual sau liniar.

Transmisiile mecanice au în componența lor cuple la care regimul de ungere poate fi hidrodinamic (lagăre cu alunecare) sau elastohidrodinamice (rulmenți, angrenaje, variatoare cu bile).

4.10.5. Condiții de bază ale formării regimului de ungere fluidă

Studiul regimului de frecare fluidă se bazează pe teoria hidrodinamică a ungerii. În cazul a două suprafețe A și B în contact apăstate cu forța F (figura 4.39.) în care suprafața A se deplasează cu viteza v față de suprafața B, uleiul dintre suprafețe va fi expulzat dacă viteza v este mică, formându-se un regim de ungere semifluid. La viteză suficient de mare, suprafața A

se ridică pe stratul de lubrifianț și capătă o poziție înclinată. Între cele două suprafețe se formează un joc sub formă de pană. Uleiul, refulat prin jocul sub formă de pană este însoțit de crearea unei presiuni p care echilibrează forța F , creîndu-se condițiile regimului de ungere (frecare) fluidă.

Trecerea de la regimul de ungere fluidă se va face atunci când viteza depășește o anumită valoare v_{cr} numită critică.

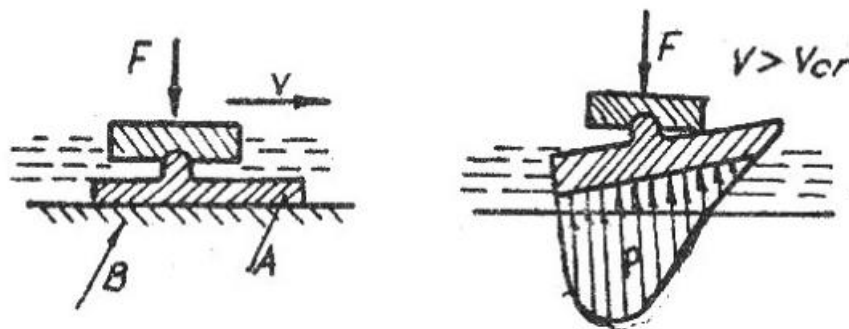


Figura 4.39.

În cazul lagărelor radiale cu rostogolire jocul sub formă de pană se formează în urma deplasării centrului fusului față de centrul cuzinetului (figura 4.40.). În repaus fusul se sprijină pe cuzinet, centrul fusului și a cuzinetului găsindu-se pe direcția forței. La pornire, datorită forței de frecare dintre fus și cuzinet, fusul are tendința în primul moment de a se urca pe cuzinet, după care datorită antrenării uleiului și apariția diferenței de presiune, fusul este ridicat și deplasat spre stânga în sensul mișcării (pozițiile 1,2,3,4).

Turația crește direct proporțional cu grosimea stratului separator, iar centrul fusului se apropie de centrul cuzinetului (poziția 5). Atunci când viteza tinde către valori ridicate, excentricitatea tinde către 0 (poziția 6). Corespunzător va dispărea jocul sub formă de pană și portanța va scăde corespunzător, ceea ce rezultă că, la turație foarte mare în apoierea coincidenței axului fusului de cel al cuzinetului va exista o porțiune de instabilitate și apariția implicită a vibrațiilor.

Cercetările arată faptul că, grosimea filmului de lubrifianț h este o funcție caracteristică regimului de funcționare a lagărului:

$$n = \phi(\eta\omega/p)$$

unde: $\eta\omega/p$ – caracteristica regimului de lucru a lagărului;

ω – viteza unghiulară a fusului;

η – vâscozitatea dinamică a uleiului;

p – sarcina specifică.

Grosimea stratului de lubrifianț se mărește cu creșterea vâscozității uleiului și cu creșterea lui ω . Cu mărirea încărcării, grosimea h_{min} se micșorează. În figura 4.40. este reprezentată curba de variație a coeficientului de frecare în funcție de caracteristica regimului de lucru (curba tip Stribeck), cu prezentarea regimurilor de ungere în lagăr, punându-se în evidență tipul ungerii din lagăr odată cu creșterea vitezei unghiulare.

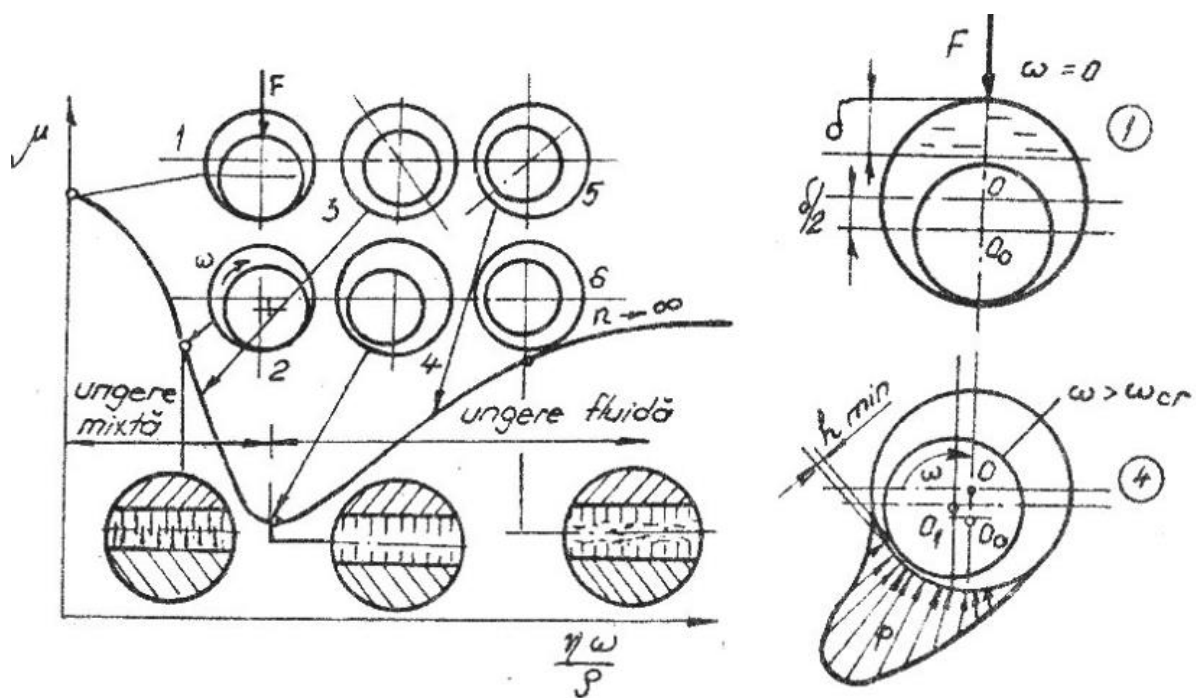


Figura 4.40.

În cazul lagărelor axiale cu ungere hidrodinamică, jocul suf formă de pană se realizează executând canale de ungere în formă de segment (figura 4.41).

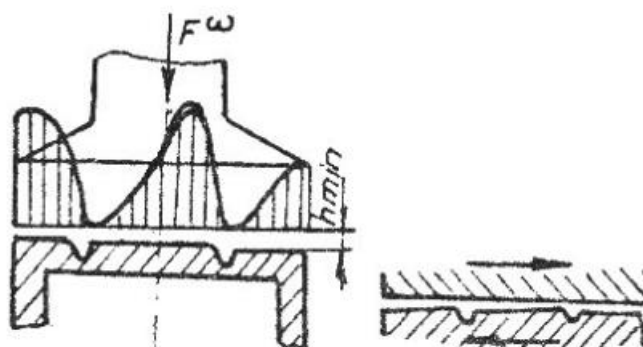


Figura 4.41.

Din cele expuse mai sus rezultă că, pentru formarea regimului de ungere hidrodinamic, cu formarea regimului de frecare fluidă este necesar:

- între suprafețele în contact să existe un joc sub formă de pană;
- să existe ulei suficient și cu vâscozitate corespunzătoare;
- viteza relativă a suprafețelor în mișcare să fie suficientă pentru a crea în stratul de lubrifianț o presiune capabilă să echilibreze forța exterioară;
- materialul din care este confecționat fusul să nu se deformeze.

CAPITOLUL 5 DINAMICA MAȘINILOR

Studiul dinamic al mașinii constă în determinarea mișcării reale a mașinii, conform legilor de variație a sistemului de forțe care acționează asupra ei. Dinamica mașinilor urmărește următoarele aspecte:

- echilibrarea mașinilor și a mecanismelor în vederea anulării sau diminuării torsiunilor forțelor de inerție care, provoacă vibrații și solicitări suplimentare;
- bilanțul energetic al mașinii;
- determinarea stării de mișcare a mașinii sub acțiunea forțelor aplicate;
- reglarea mișcării mașinii, pentru a satisface o serie de condiții impuse de funcționarea acestora.

5.1. Bilanțul energetic al mecanismelor și mașinilor

Energia cinematică a mașinii constituită din elemente cinematice în mișcare plan paralelă poate fi scrisă sub forma:

$$E = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot v_{Gi}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n J_{Gi} \cdot \omega_i^2$$

unde: m_i – masa elementului;

v_{Gi} – viteza centrului de greutate;

J_{Gi} – momentul de inerție al elementului în raport cu o axă perpendiculară pe planul mișcării și care trece prin centrul de greutate;

ω_i – viteza unghiulară a elementului.

Ecuția energiei cinetice sub forma de diferențială $dE = dL - dL_r$, pentru regimul netaștonar de funcționare arată că, variația energiei cinetice într-un interval de timp este egală cu lucrul mecanic al forțelor care acționează asupra mașinii, în același interval de timp. Sub forma finită ecuația energiei cinetice are expresia:

$$E - E_0 = L_m - L_r$$

unde: E – energia cinetică a mașinii corespunzătoare timpului t ;

E_0 – energia cinetică corespunzătoare timpului inițial t_0 ;

L_m – lucrul mecanic al forțelor motoare în același interval de timp;

L_r – lucrul mecanic al forțelor rezistente în intervalul de timp $(t - t_0)$.

Lucrul mecanic al forțelor rezistente, format din lucru mecanic util (L_u) și lucru mecanic al forțelor de frecare (L_f) va deveni:

$$L_r = L_u + L_f$$

Se vede că o parte din lucru mecanic motor este transformat în lucru mecanic util, iar altă parte este transformată în energie cinetică pentru accelerarea mișcării mașinii. Variația energiei cinetice ($E - E_0$) poate fi considerată ca lucru mecanic al forțelor de inerție L_i , relația putând fi scrisă sub forma:

$$L_m = L_u + L_f + (E - E_0)$$

relație care poartă denumirea de bilanț energetic și arată cum este folosit lucru mecanic în mașină. Se vede că o parte din lucru mecanic motor este transformat în lucru mecanic util, iar altă parte este transformată în energie cinetică pentru accelerarea mișcării mașinii. Variația energiei cinetice ($E - E_0$) poate fi considerată ca lucru mecanic al forțelor de inerție L_i , relația putând fi scrisă sub forma:

$$L_m = L_u + L_f \pm L_i$$

Puterea mecanică a unei mașini, notată cu P exprimă cantitatea de lucru mecanic efectuat de mașină în unitatea de timp. Deci derivând în raport cu timpul expresia lucrului mecanic, se poate obține obține expresie bilanțului energetic în funcție de puteri.

5.2. Modele dinamice

Utilizarea relației generale a energiei cinetice pentru o întreagă mașină este dificilă deoarece conține un număr mare de termeni. Pentru simplificarea calculului, întreaga mașină se înlocuiește printr-un model dinamic, cu condiția comportării dinamice echivalente a modelului cu mașina. Forțele și momentele care acționează asupra elementelor mașinii se înlocuiesc printr-o forță unică sau printr-un moment unic aplicat elementului unic prin care s-a înlocuit mașina, numit element de reducere. Această operație poartă denumirea de reducere a forțelor și maselor la mașini, iar elementul la care se face reducerea se numește element de reducere. Ca element de reducere se alege în general elementul condus de motoare sau elementul condus al motoarelor sau elementul conducătoare al mașinilor de lucru, numite și elemente inițiale.

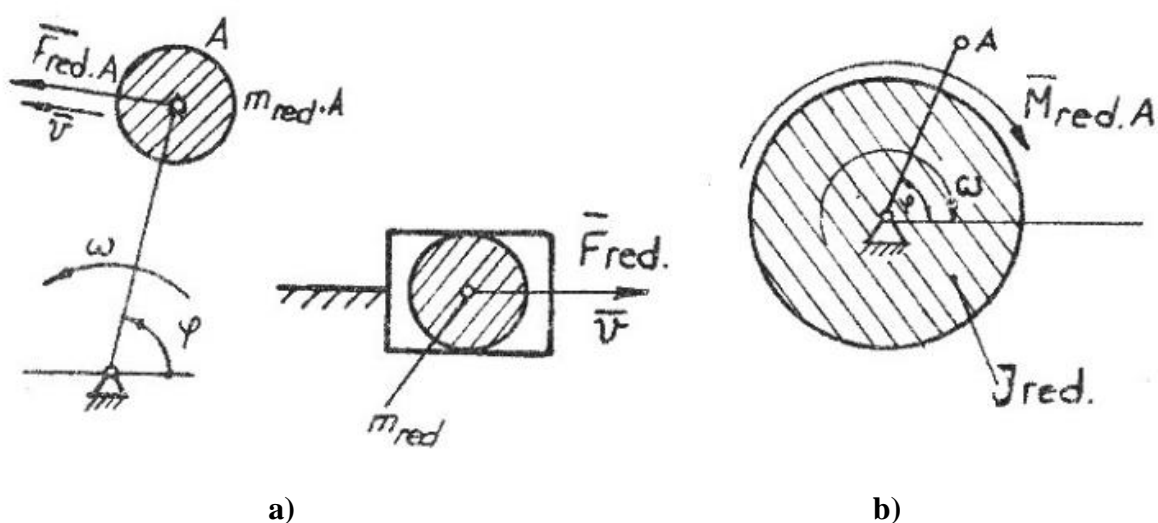


Figura 5.1.

Modelele dinamice care se utilizează sunt modele cu punct de reducere sau cu element de reducere (figura 5.1.). În cazul modelului cu punct de reducere (figura 5.1.a.), se consideră

un punct de reducere aparținând unui element (de obicei elementul inițial, deoarece acesta execută mișcări simple), în care se concentrează masa redusă (m_{red}) și se aplică o forță redusă (F_{red}). Masa punctiformă redusă poate fi rotativă sau translantă. Ca element inițial poate fi adoptat elementul conducător al mașinii de lucru, sau elementul condus al motorului de acționare.

În cazul modelului cu element de reducere se consideră un element de reducere, de obicei cel inițial, căruia i se asociază un corp în mișcare (disc rotativ) acționat de un cuplu de forțe de moment redus (M_{red}), având un moment de inerție redus (J_{red}). De obicei, discul rotativ (model) este aplicat pe axul elementului inițial (figura 5.1.b.).

5.3. Fazele mișcării mașinilor

După modelul de variație a vitezei unghiulare a elementului de reducere, în funcție de unghiul de poziție sau de timp orice mașină sau agregat în funcționare trece prin trei faze și anume: fază de pornire (demaraj), faza de regim și faza de oprire (figura 5.3.).

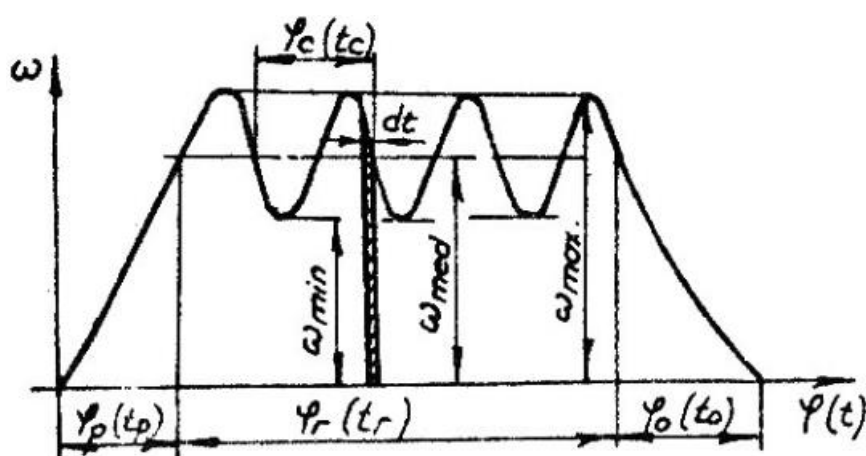


Figura 5.3.

Faza de regim este caracterizată prin ciclul cinematic (φ_c) care multiplicat dă naștere ciclului de regim (φ_r) cu durata t_r . În această fază, viteza unghiulară oscilează în jurul unei valori medii:

$$\omega_{med} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

În această perioadă pot apărea regimuri tranzitorii accelerate sau decelerate care pot fi caracterizate prin gradul de neuniformizare al mișcării.

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{med}}$$

În cataloagele mașinilor de lucru sau a celor motoare, viteza medie mai poartă denumirea și de viteză nominală. În faza de pornire viteza unghiulară a elementului de reducere (element inițial) crește de zero la valoarea medie de regim, iar în faza de oprire scade de la valoarea de regim la zero.

- *Faza de pornire* – deoarece viteza unghiulară de la sfârșitul ciclului (ω) este mai mare decât cea de la începutul ciclului rezultă că $L_m > L_r$ ($M_m > M_r$). Pentru o pornire cât mai rapidă diferența $L_m - L_r$ ($M_m - M_r$) trebuie să fie cât mai mare. Practic, aceasta se realizează prin absența forțelor tehnologice ($L_r = 0$, pornire în gol). ($L_m - L_r$)

reprezintă lucru mecanic al forțelor de inerție și este consumat pentru învingerea rezistențelor pasive și pentru accelerarea maselor mașinii aflate inițial în repaos.

- *Faza de regim* – este caracterizată prin aceea că $L_m = L_r (M_m = M_r)$. Lucru mecanic al forțelor motoare din cadrul unui ciclu cinematic complet este egal cu lucru mecanic consumat de forțele rezistente în același interval de timp.

Variațiile periodice ale vitezei de regim se datorează variației periodice a forțelor motoare sau a forțelor rezistente. Viteza unghiulară trece prin valorile extreme (ω_{max} , ω_{min}) corespunzând pozițiilor elementului de reducere pentru care $M_{red} = 0$, adică $M_m = M_r$. În această fază, datorită faptului că $L_m = L_r$, conform ecuației energiei cinetice, creșterea energiei cinetice a întregului agregat este nulă în cadrul unui ciclu cinematic. Deci după cadrul unui ciclu cinematic, însă lucru mecanic al forțelor motoare este diferit de lucru mecanic al forțelor rezistente, motiv pentru care mișcarea elementului de reducere este neuniformă, ca și viteza unghiulară care are variații periodice.

Noțiunea de randament are sens numai pentru faza de regim, acesta nu se calculează pentru perioada de pornire sau de oprire a mașinii. Randamentul agregatului este format din mai multe mașini legate în serie este egală cu produsul randamentelor mașinilor componente. Se mai poate observa că lucru mecanic util al unei mașini este de fapt lucru mecanic motor al mașinii următoare $L_{ui} = L_m(i + 1)$, (figura 5.4.).

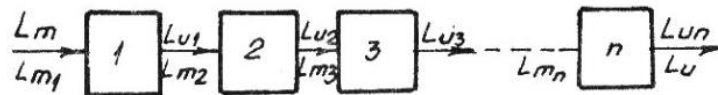


Figura 5.4.

În cazul unui lanț de mașini sau mecanisme legate în paralel (figura 5.5.) având un singur element conducător, pe lângă randamentul fiecărei mașini simple este necesar să se cunoască și lucru mecanic util realizat de fiecare din aceste mașini.

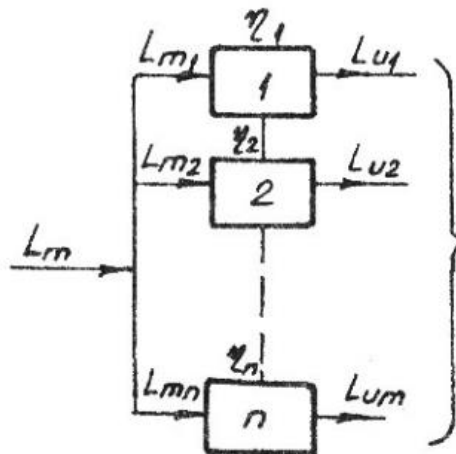


Figura 5.5.

La un agregat compus din n mașini simple legate în paralel având fiecare valori ale randamentelor diferite $\eta_{p1}, \eta_{p2}, \dots, \eta_{pn}$ unde n reprezintă numărul de mașini simple legate în serie, fiecare dintre ele având randamente $\eta_{s1}, \eta_{s2}, \dots, \eta_{sn}$, unde s reprezintă randamentul global, (figura 5.6.).

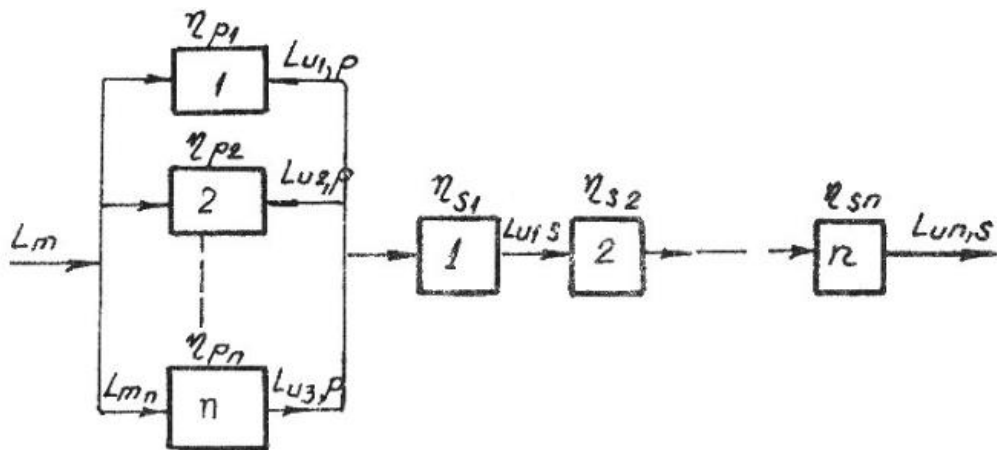


Figura 5.6.

5.4. Ecuația de mișcare a mașinii

Mișcarea mașinii și a mecanismelor, ca rezultat al acțiunii forțelor poartă denumirea de răspuns dinamic. Pentru un agregat format din mașini motoare și mașini de lucru ecuația de mișcare servește la determinarea legilor de variație ale vitezelor reale. Această ecuație se stabilește prin aplicarea legii energiei sub formă elementară:

$$d_E = d_L$$

$$d\left(\frac{1}{2}J_{red}\omega^2\right) = M_{red}d\varphi$$

$$d\left(\frac{m_{red}}{2}v^2\right) = F_{red}d_s$$

unde: ω , d_p , v , d_s reprezintă viteza unghiulară, viteza liniară respectiv poziția unghiulară sau liniară a elementului de reducere.

Momentul redus total poate fi scris sub forma: $M_{red} = M_{red}^m - M_{red}^r$

unde: M_{red}^m și M_{red}^r reprezintă momentul motor redus, respectiv momentul rezistent redus.

Forța redusă poate fi scrisă la randul ei similar momentului redus: $F_{red} = F_{red}^m - F_{red}^r$

Starea reală de mișcare a elementului de reducere se obține prin integrarea ecuației de mișcare, ajungându-se în final la exprimarea deplasării, vitezei și accelerației ca funcție de timp. Pentru efectuarea integrării trebuie cunoscută funcția $J_{red}(\varphi)$ precum și funcțiile M_{red}^m și M_{red}^r care depind de unul sau doi dintre parametrii următori:

- poziția φ a elementului de reducere;
- viteza unghiulară a elementului de reducere;
- timpul t în care se desfășoară ciclul energetic.

Dependența M_{red}^m și M_{red}^r de acești parametri este dată de caracteristica mecanică a motorului, respectiv caracteristica mecanică a mașinii de lucru. Aceste caracteristici se ridică de obicei pe cale experimentală. Pe cale analitică se determină mai greu din cauza unor factori nesiguri, cu valori aleatoare, deși forma lor grafică de cele mai multe ori, poate fi atașată unor funcții pătratice (parabole). Majoritatea mașinilor motoare au caracteristica mecanică de tipul $M_{red}(\varphi)$, (figura 5.7.).

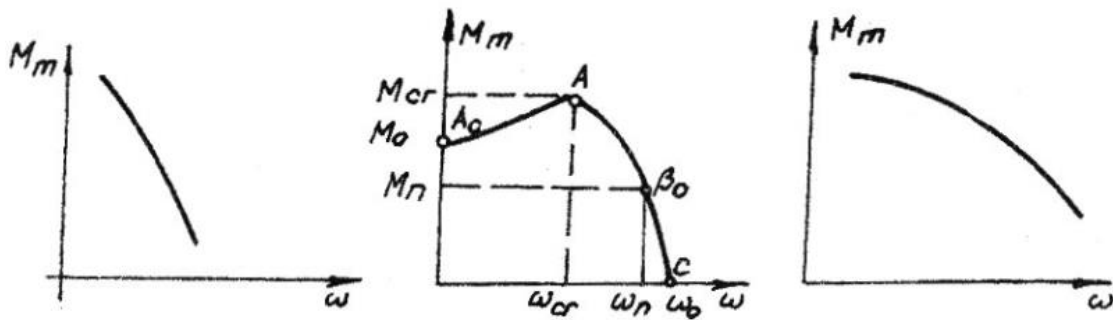


Figura 5.7.

În felul acesta la o creștere a sarcinii, viteza unghiulară mișcându-se, cuplul motor crește, asigurând echilibrul și astfel mașina are o funcționare stabilă. Motorul electric de curent continuu cu excitația în paralel are drept caracteristică o dreaptă cu pantă foarte mare, ceea ce înseamnă că lucrează aproape la viteză constantă, deși cuplul motor poate avea variații foarte mari.

O scădere bruscă are și caracteristica motorului asincron pe porțiuni de funcționare stabilă (figura 5.7.) care poate fi aproximată destul de bine printr-o linie dreaptă. Porțiune cuprinsă între A_0 și A este instabilă, deoarece odată cu scăderea cuplului motor, scade și viteza unghiulară până la oprire. Pornirea motorului asincron este posibilă numai dacă în faza inițială cuplul rezistent este sub valoarea celui motor, astfel încât viteza crește continuu până se trece e echilibrare. Pentru motorul cu ardere interioară caracteristica este curbilinia cu concavitatea în jos dar panta este mai lină.

În cazul motoarelor electrice (figura 5.8.a.) gradul de rigiditate al unei caracteristici mecanice se exprimă prin valorile pe care le poate lua coeficientul unghiular al tangentei la caracteristica mecanică: $M = M(\alpha)$, $a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{dM}{d\omega}$.

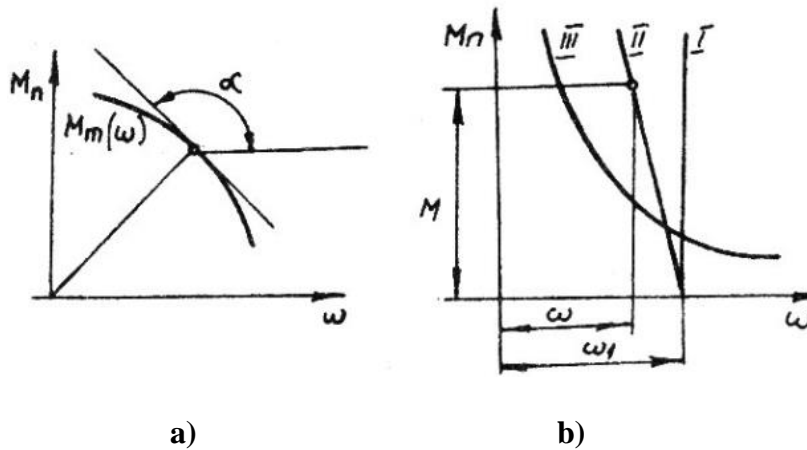


Figura 5.8.

- După valorile lui a , caracteristicile mecanice ale motoarelor se pot împărți în trei grupe:
- caracteristică mecanică absolută rigidă, pentru care viteza unghiulară la arborele motorului este dreaptă (figura 5.8.a.). O astfel de caracteristică o au motoarele electrice asincrone.
 - caracteristica mecanică rigidă la care viteza unghiulară scade puțin cu creșterea momentului motor. O astfel de caracteristică mecanică o au motoarele de curent continuu cu excitație în derivație, cât și motoarele asincrone trifazate în domeniul de

funcționare (figura 5.8.b.). Aceste motoare au o viteză de mers în gol ω_0 , la care $M_m = 0$.

Momentul motor apare la o valoare mai mică a vitezei iar la depășirea acesteia, motorul se transformă în generator. Ecuația acestei caracteristici este:

$$M = M_0 \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = M_0 \cdot s$$

unde: ω , M – momentul teoretic, care se obține dacă se prelungește dreapta II până se intersectează cu axa ordonatelor;

s – alunecarea motorului electric.

Caracteristica mecanică moale sau suplă pentru care viteza unghiulară la arborele motorului electric variază apreciabil cu variația momentului motor M_n (curba III, figura 5.8.). O astfel de caracteristică o au motoarele de curent continuu cu excitația în serie.

În cazul caracteristicii mecanice motoare a motorului electrice asincron (cel mai des folosit datorită simplității constructive și a fiabilității ridicate) momentul motor prezintă un maxim în punctul A. La stânga acestui punct motorul are o funcționare instabilă iar la dreapta lui funcționarea este stabilă (coordonatele punctului sunt M_{Cr} , ω_{Cr}).

Valoare nominală a alunecării s_n variază în limitele 2-5%, valorile mai mici fiind valabile pentru motoarele cu puteri mari.

Pentru evitarea trecerii funcționării motorului în cazul unor suprasarcini, în zona instabilă de funcționare, motoarele electrice se proiectează astfel încât $M_{Cr} = (1,6-2,2)M_n$. Raportul $\lambda \geq M_{Cr}/M_n$ se numește coeficient de suprasarcina a motorului.

Pentru determinarea momentului motor la sarcina nominală se folosește relația:

$M_m = kM_{red}$ în care $k_4 = (1,15-1,25)$ este un coeficient, iar M_{red} – valoarea medie a momentului rezistent al mașinii de lucru redus la arborele motorului.

În momentul conectării motorului la rețea atunci când rotorul încă nu a început să se rotească, motorul dezvoltă un moment de pornire M_p . Motorul ales trebuie verificat din punct de vedere al momentului de pornire, care se dă în catalog în funcție de M_n și trebuie să fie mai mare decât momentele forțelor rezistente (de obicei numai forțele de frecare și de inerție) din lanțul cinematic antrenat redus la arborele motorului.

Mașinile de lucru au caracteristicile mecanice de formele cele mai diferite, potrivite scopurilor tehnologice. După modul de variație a momentului rezistent M_r în funcție de parametri cinematici ai elementului de reducere sau de timp mașinile de lucru se împart în cinci categorii:

- a) $M_r = \text{const.}$ la care caracteristica este o dreaptă paralelă cu axa absciselor (figura 5.9.) iar caracteristica $P = P\Phi\omega$ este o dreaptă înclinată care trece prin origine. Din această categorie fac parte mașinile care efectuează ridicări de sarcini, sau care înving frecări (elevatoare cu viteze mici de ridicare, cărucioare ale unor poduri rulante, transportoare cu bandă), calea cu role de laminoare etc., la care momentul rezistent nu variază în funcție de viteză rămânând constant o anumită perioadă (curbele 1,1').
- b) Mașini de lucru care au caracteristica mecanică dependentă de viteză. Variația cuplului poate apare sub forma unei linii drepte sau sub forma unei parabole cu concavitatea în sus sau în jos curbele 2,3,4 de pantă pozitivă. Funcția lor generală este:

$$M_r = a_r + b_r\omega + c_r\omega^2$$

Tot ca o parabolă cubică ascendentă, cu concavitatea pozitivă, este și caracteristica puterii: $P_r = \omega M_r = (a_r + b_r\omega + c_r\omega^2)$

c) Mașini de lucru care au momentul rezistent dependent de poziția elementului conducător. Din această grupă fac parte pompele și compresoarele cu piston la care momentul rezistent depinde de unghiul de rotație φ al manivelei. $M_r = M_r(\varphi)$. Această dependență se exprimă grafic prin diagrama indicată (figura 5.10)

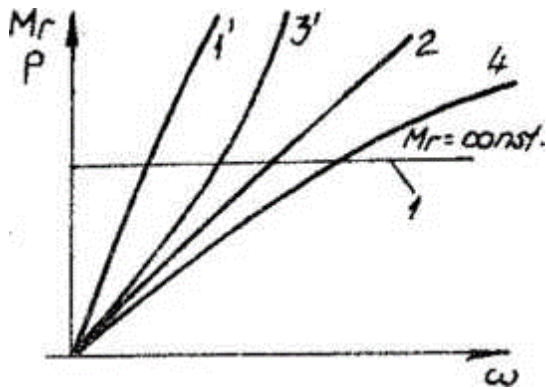


Figura 5.9.

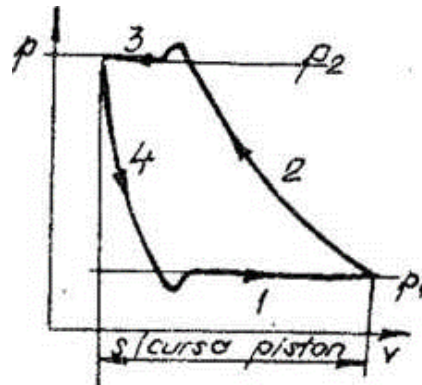


Figura 5.10.

unde: p este presiunea iar v volumul;
 p_1 și p_2 presiunea inițială respectiv finală;
 1 - admisia;
 2- compresiunea;
 3 - evacuarea;
 4 - destinderea gazului în spațiul mort.

Lucrul mecanic pentru un ciclu complet într-un cilindru se obține din aria suprafeței cuprinsă în conturul 1234. Din diagrama indicată reprezentată în figură, rezultă ca în cursul unei rotații a manivelei, când are loc un ciclu complet, presiunea gazului din cilindrul compresorului variază în funcție de poziția pistonului.

De aceea forța rezistentă utilă ca și momentul rezistent util vor fi funcții de unghiul de rotație al manivelei.

d) Mașini de lucru la care momentul rezistent variază în funcție de viteză și drumul parcurs. Din această categorie fac parte autovehiculele. Momentul rezistent depinde nu numai de viteză ci și de drumul parcurs (momentul rezistent depinde de declivitățile parcursului, iar rezistența aerului produce o forță dependentă de viteză).

e) Mașini de lucru la care momentul rezistent este dependent de timp $M_r = M_r(t)$. Din această categorie fac parte concasoare, mori cu bile etc;

Integrarea ecuației de mișcare se poate realiza numai după ce se cunosc caracteristicile mecanice motoare și de lucru care, pun în evidență dependențele specifice ale fiecăreia dintre mărimile, M_{red}^m și M_{red}^r

Situații mai des întâlnite în practică, sunt acelea la care dependențele apar de forma:

$$M_{red}^m = M_{red}^m(\omega)$$

$$M_{red}^r = M_{red}^r(\omega)$$

$$J_{red} = \text{const.}$$

$$M_{red}^m = M_{red}^m(\varphi)$$

$$M_{red}^r = M_{red}^r(\varphi)$$

$$M_{red}^m = M_{red}^m(t)$$

$$M_{red}^r = M_{red}^r(t)$$

$$J_{red} = \text{const.}$$

În cele ce urmează, se prezintă cazul de integrare a ecuației de mișcare pentru situația în care momentul motor redus și momentul rezistent redus depind de viteza unghiulară, iar momentul de inerție redus este constant, Acest caz corespunde următoarelor agregate: motor electric - pompă centrifugă, motor electric, -mașină de ridicat, turbină - generator etc.

Ținând cont că $J_{red} = \text{const.}$, ecuația de mișcare devine:

$$J_{red} \frac{d}{dt} = M_{red}^m(\omega) - M_{red}^r(\omega)$$

Integrând obținem:

$$\int_{t_0}^t dt = t - t_0 = J_{red} \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{M_{red}^m - M_{red}^r}$$

Având cunoscute valorile t_0, ω_0 se obține funcția viteză unghiulară $\omega = \omega(t)$. Prin derivare se obține funcția $E = E(t) = \varphi(t)$ iar prin integrare, funcția de poziție:

$$\varphi = \varphi_0 = \int_{t_0}^t \omega(t) dt$$

5.4.1. Stabilitatea mișcării

Pentru studiul funcționării unui agregat (sursă energetică cuplată cu un consumator), se trasează caracteristicile mecanice motoare respectiv rezistente. Punctul de intersecție a acestor caracteristici se numește punct de lucru, unde condiția de echilibru este ca: $M_{red}^m = M_{red}^r$ acestei ecuații duce la determinarea vitezei unghiulare ω_n a punctului de funcționare.

Dacă momentul redus motor cât și cel rezistent sunt funcții de viteză, agregatul funcționează stabil la viteza corespunzătoare intersecției celor două caracteristici numai dacă panta momentului motor este mai mică decât panta momentului rezistent.

Pentru a vedea dacă punctul de lucru este punct stabil de funcționare se stabilește factorul de stabilitate:

$$f_{st} = \frac{\Delta M_{red}^r - \Delta M_{red}^m}{\Delta \omega}$$

În cazul în care funcționarea este stabilă $f_{st} > 0$. Punctul de funcționare este punct stabil, dacă perturbându-se starea de echilibru, punctul de funcționare al agregatului revine din nou în punctul de funcționare inițial, indiferent de natura perturbației (variație a sarcinii, a tensiunii de alimentare a motorului electric etc.)

Astfel în cazul punctului de lucru (fig.5.11) dacă în urma unei perturbații, viteza unghiulară a elementului de reducere a crescut cu cantitatea $\Delta \omega$ până la valoarea $\omega_n' > \omega_n$ atunci din

diagramă rezultă că $M_{red}^m > M_{red}^r$ cu cantitatea ΔM_{red}^r , deci va apare o decelerare a mișcării, viteza unghiulară scăzând. În cazul în care viteza unghiulară a elementului de reducere scade în urma unei perturbații exterioare cu cantitatea $\Delta\omega$ la valoarea $\omega''_n < \omega_n$, atunci $M_{red}^m > M_{red}^r$ cu cantitatea ΔM_{red}^r apărând o accelerare a mișcării, viteza unghiulară crescând la valoarea de regim.

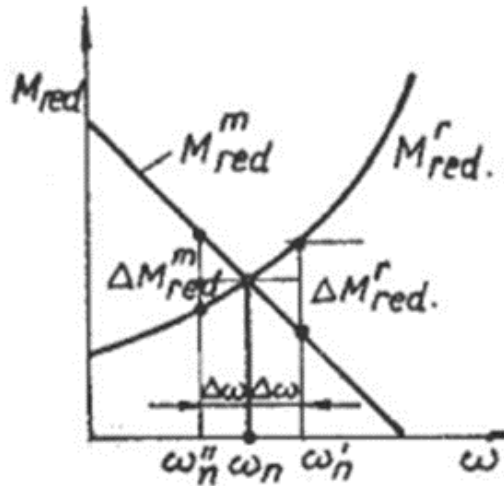


Figura 5.11.

Dezvoltând în serie Taylor funcțiile $M_{red}^m(\omega)$ $M_{red}^r(\omega)$ în jurul punctului de stabilitate și neglijând puterile superioare lui unu se obține:

$$M_{red} + \Delta M_{red}^m = M_{red}^m \frac{dM_{red}^m}{d\omega} \Delta\omega$$

$$M_{red} + \Delta M_{red}^r = M_{red}^r \frac{dM_{red}^r}{d\omega} \Delta\omega$$

de unde:

$$\Delta M_{red}^m = \frac{dM_{red}^m}{d\omega} \Delta\omega$$

$$\Delta M_{red}^r = \frac{dM_{red}^r}{d\omega} \Delta\omega$$

$$f_{st} = \frac{\Delta M_{red}^r - \Delta M_{red}^m}{\Delta\omega} = \frac{dM_{red}^r}{d\omega} - \frac{dM_{red}^m}{d\omega}$$

iar pentru regimuri stabile este necesar ca $f_{st} > 0$, deci:

$$\frac{dM_{red}^r}{d\omega} > \frac{dM_{red}^m}{d\omega}$$

Ca urmare pentru ca punctul de intersecție a celor două caracteristici să fie un punct de funcționare stabil trebuie să se îndeplinească următoarele condiții:

- la variații de viteză momentul rezistent trebuie să crească mai repede decât cel motor. Astfel dacă viteza unghiulară crește mișcarea este frânată ($M_m < M_r$), iar dacă viteza unghiulară scade mișcarea este accelerată ($M_m > M_r$) revenindu-se la punctul de funcționare:
- caracteristica mecanică a motorului trebuie să fie descrescătoare cu viteza unghiulară $\frac{dM_{red}^r}{d\omega} < 0$ iar a mașinii de lucru să fie crescătoare $\frac{dM_{red}^r}{d\omega} > 0$

De multe ori, între mașina motoare și mașina de lucru se introduce o transmisie mecanică cu un anumit raport de transmitere, care are rolul de a aduce caracteristica mașinii de lucru în zona de stabilitate a caracteristicii mecanice a mașinii motoare.

După cum s-a arătat, funcționarea mașinilor în general este posibilă numai sub formă de agregate. Agregatul este un sistem tehnic alcătuit din unități funcționale distincte asamblate între ele. În sens restrâns, al noțiunii utilizate în construcția de mașini, agregatul este un grup de mașini distincte legate cinematic între ele (ex. grup turbogenerator, grup motor-compresor, strung, automobil, locomotivă etc.). În general agregatul este compus din motor (mașină motoare) transmisia mecanică (reductor, cutie de viteză) și mașina de lucru. Primele două elemente împreună cu aparatul de comandă formează un sistem de acționare (S.A.).

Mașina de lucru este destinată realizării lucrului mecanic util în cadrul unui anumit proces tehnologic. Acest proces tehnologic impune condițiile funcționale legate de: regimul de variația al vitezelor, pornire, oprire, automatizare etc.

În figura 5.12. este prezentat un agregat cu părțile sale constitutive M.M., M.L., T.M. cuplate între ele prin intermediul cuplajelor C.

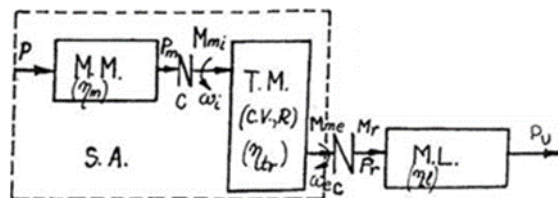


Figura 5.12.

În funcționarea unui agregat se disting două regimuri de funcționare: staționar, atunci când mărimea analizată rămâne constantă sau este variabilă periodic în jurul unei valori medii impuse de procesul tehnologic, tranzitoriu, care apare la trecerea de la un regim staționar la altul în fazele de pornire și oprire.

Mașina de lucru trebuie să primească la elementul său conducător puterea P_r și momentul rezistent:

$$K_r \frac{P_r}{\omega_e} = \frac{P_u}{\eta_1 \omega_e}$$

unde: P_u - puterea utilă necesară realizării lucrului mecanic util;

η_1 - randamentul mașinii de lucru ;

ω_e - viteza unghiulară a elementului conducător al mașinii de lucru.

Pentru învingerea momentului M_r necesar elementului conducător al mașinii de lucru, mașina motoare trebuie să asigure la ieșirea din transmisia mecanică momentul motor M_{me} :

$$M_{me} = \eta_{tr} \cdot M_{mi} \frac{\omega_i}{\omega_e} = \eta_{tr} \cdot M_{mi} \cdot i$$

unde: ω_i este viteza unghiulară a motorului de acționare (mașină motoare);

η_{tr} – randamentul transmisiei mecanice;

i – raportul de transmitere al acesteia.

Funcționarea agregatului este staționară atunci când $M_{me} = M_r$ (momentul necesar este egal cu cel aplicat). Dacă se produce modificarea unuia sau a ambelor momente, astfel încât condiția scrisă nu mai este îndeplinită, se va schimba regimul de funcționare al agregatului (regim tranzitoriu), regim în care are loc variația vitezei și deci modificarea energiei cinetice a întregului sistem.

5.5. Reglarea mișcării mecanismelor și a mașinilor

5.5.1. Variațiile periodice ale vitezei unghiulare

După cum s-a arătat în faza de regim a funcționării unui agregat, viteza unghiulară a elementului de reducere, are o variație periodică în jurul unei valori medii (ω_m). Aceasta se datorește caracterului variabil al momentelor de inerție reduse, momentelor motoare și a celor rezistente. Variațiile vitezei unghiulare vor provoca solicitări dinamice suplimentare care reduc randamentul și micșorează siguranța în funcționare. Mersul neuniform al mașinii este pus în evidență de gradul de neuniformitate. Pentru funcționarea normală a unei mașini, acest grad de neuniformitate nu trebuie să depășească o anumită valoare care depinde de destinația mașinii:

- pompe cu pistone, $\delta = 0,01 - 0,013$;
- pompe rotative și suflante, $\delta = 0,03 - 0,05$;
- concasoare, $\delta = 0,05 - 0,2$;
- mașini unelte, $\delta = 0,025 - 0,03$;
- generatoare de curent alternativ, $\delta = 0,0033 - 0,004$;
- generatoare de curent continuu, $\delta = 0,005 - 0,006$;
- motoare cu ardere internă, $\delta = 0,0033 - 0,0055$;
- laminoare, $\delta = 0,04 - 0,08$;
- prese, $\delta = 0,1 - 0,25$;
- mașini unelte, $\delta = 0,25 - 0,03$;
- motoare de aviație, $\delta = 0,00025 - 0,005$.

Problema care se pune este reglarea mersului agregatului și astfel stabilirea parametrilor ce influențează mărimea gradului de neuniformitate și corespunzător asigurarea unui impuls. Se consideră variația momentului redus pentru, un ciclu cinematic, precum și variația vitezei unghiulare a elementului de reducere (element inițial) figura 5.13. Ecuația energiei cinetice scrise pentru intervalul 1-2, corespunzător unghiurilor de poziție φ_1 și φ_2 va avea expresia:

$$M_{red}(\varphi) = M_{red}^m(\varphi) - M_{red}^r(\varphi)$$

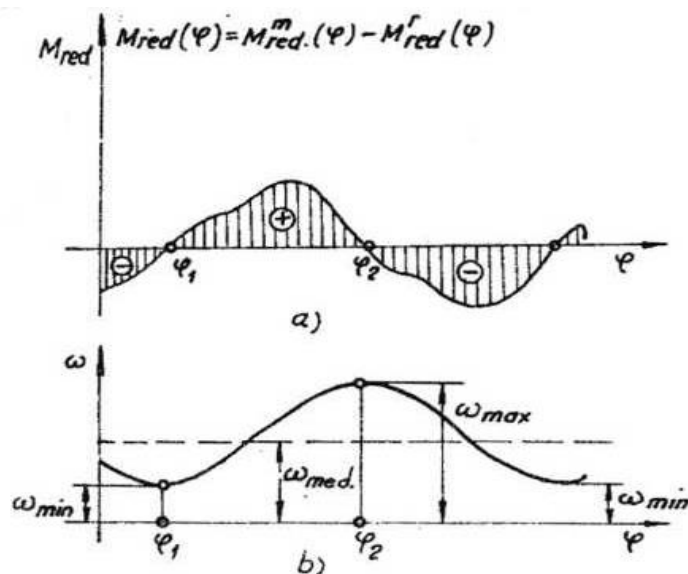


Figura 5.13.

$$\frac{1}{2}J_{red2}\omega_2^2 - \frac{1}{2}J_{red2}\omega_1^2 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (M_{red}^m - M_{red}^r)d\varphi$$

În intervalul $\varphi_1 - \varphi_2$ energia cinetică a mașinii crește deoarece $M_{red} = M_{red}^m - M_{red}^r > 0$ ajungând la valoare maximă în punctul φ_2 . Din expresia energiei cinetice $E = \frac{1}{2}J_{red}$ rezultă că, în jurul punctului 2, viteza unghiulară va avea valoare maximă ω_{max} . În jurul punctului 1, energia cinetică are cea mai mică valoare ω_{min} , viteza unghiulară 1, valoarea maximă ω_{min} . Astfel relația va deveni:

$$\frac{1}{2}J_{red2}\omega_{2max}^2 - \frac{1}{2}J_{red2}\omega_{1min}^2 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{red}d\varphi$$

Exprimând valorile extreme ale vitezei unghiulare în funcția de viteza unghiulară ω_{med} și de δ .

$$\omega_{max} = \omega_{med}(1 + \frac{\delta}{2}); \omega_{min} = \omega_{med}(1 - \frac{\delta}{2})$$

Și neglijând termenii în care δ intervine la puterea a doua se obține:

$$\omega_{max}^2 = \omega_{med}^2(1 + \delta); \omega_{min}^2 = \omega_{med}^2(1 - \delta);$$

Relația se va scrie astfel sub forma:

$$\delta = \frac{2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{red}d\varphi - \omega_{med}^2(J_{red2} - J_{red1})}{\omega_{med}^2(J_{red2} + J_{red1})}$$

Din aceasta relație reiese că, δ este influențat de valoarea momentului de inerție redus care, poate fi modificat.

Valorile ω_{med} și M_{red} sunt impuse de produsul tehnologic și nu pot fi influențate. Deci, dacă momentul de inerție al agregatului crește, gradul de neregularitate al acestuia se micșorează având astfel influență favorabilă asupra funcționării mașinii. Creșterea momentului de inerție redus al mașinii se face de obicei prin atașarea în general la elementul de reducere unei piese suplimentare numită volant (figura 5.14.)



Figura 5.14.

Asupra volantului acționează momentul redus, scris sub forma $M_{red} = M_{red}^m - M_{red}^r$. Volantul are rol de acumulator energetic. Atunci când $M_{red}^m > M_{red}^r$ viteza unghiulară crește, volantul înmagazinează o cantitate de energie suplimentară, pe care o cedează atunci când viteza scade ($M_{red}^m < M_{red}^r$). Momentul de inerție al volantului se poate determina atunci când se cunoaște ω_{med} , δ impus precum și diagramele de variație $M_{red}^m(\varphi)$ și $M_{red}^r(\varphi)$.

Pentru asigurarea unui anumit grad de neuniformitate a mersului unei mașini este necesar să se determine momentul de inerție al volantului. Să considerăm că momentul de inerție redus al mașinii $J_{red}(\varphi)$ se mărește cu cantitatea constantă J_v (moment de inerție al volantului). Corespunzător J_{red1} și J_{red2} vor deveni $J_{red1} + J_v$, respectiv $J_{red2} + J_v$. Înlocuind se obține:

$$\delta = \frac{2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{red} d\varphi - \omega_{med}^2 (J_{red2} - J_{red1})}{\omega_{med}^2 - (J_{red2} + J_{red1} + 2J_v)}$$

Considerând că momentul de inerție redus al mașinii fără volant $J_{red} \ll J_v$, rezultă că:

$$\delta = \frac{2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{red} d\varphi}{2\omega_{med}^2 J_v}, \text{ de unde: } J_v = 2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (M_{red}^m - M_{red}^r) d\varphi$$

De aici se observă că momentul de inerție al volantului este proporțional cu aria (pozitivă sau negativă) cuprinsă între cele două curbe de variație a momentelor:

$$J_v = \frac{A}{\delta \omega_{med}^2}$$

în care cu A s-a notat valoarea: $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (M_{red}^m - M_{red}^r) d\varphi$

După cum se vede eliminarea completă a variației vitezei unghiulare ($\delta = 0$) este imposibilă, J_v atingând valoarea infinită.

Așa cum s-a arătat, limitarea oscilațiilor periodice ale vitezei unghiulare a agregatului, între valorile ω_{max} și ω_{min} în cadrul gradului de neuniformitate impus, se face cu ajutorul volantului.

Dacă însă echilibrul forțelor exterioare se modifică datorită variației momentului motor sau a celui rezistent, regimul de mișcare se modifică, viteza unghiulară crescând sau scăzând cu mult peste oscilațiile periodice din cadrul funcționării în faza de regim. Menținerea turației în cadrul limitelor stabilite de se face prin păstrarea echilibrului dintre forțele sau momentele care au suferit modificarea și celelalte forțe și momente. Se realizează astfel echilibrul între lucrul mecanic motor și rezistent, mașina reintrând în funcționarea de regim. Restabilirea acestui echilibru se face cu ajutorul reguletoarelor care acționează asupra cuplului motor, sau cu ajutorul moderatoarelor care acționează asupra cuplului rezistent. Astfel, din (figura 5.16.), se văd situațiile în care acționează volantul și reguletoarele sau moderatoarele:

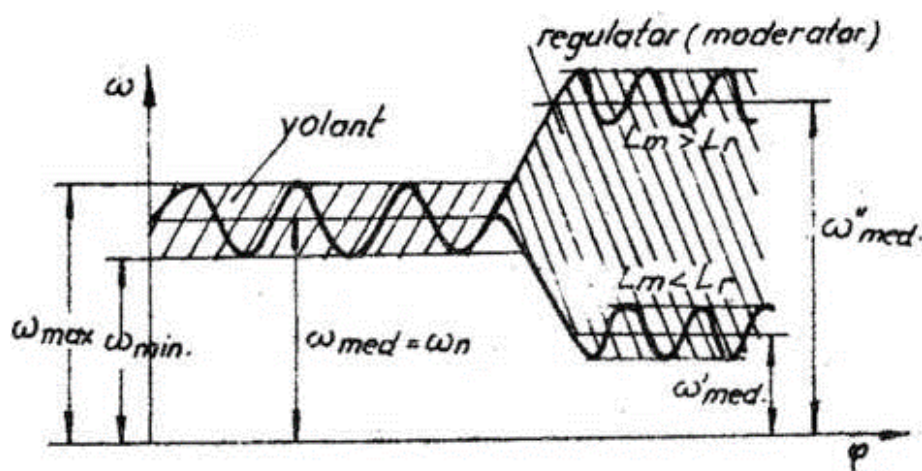


Figura 5.16.

Așa cum s-a arătat anterior, funcționarea unui agregat poate fi pus în evidență prin reprezentarea celor două caracteristici mecanice (motoare și rezistente), la intersecția cărora se află punctul de lucru. Modificarea caracteristicilor mecanice motoare sau rezistente duce la schimbarea punctului de lucru și astfel, la modificarea vitezei unghiulare a agregatului. Modificarea caracteristicii mecanice motoare din M_1^m în M_2^m duce la mutarea punctului din punctul A în punctul B, pentru aceeași rezistență (figura 5.16.). Se observă că cea mai severă modificare a punctului de lucru apare atunci când M_1^m se modifică în M_2^m iar M_1^r trece în M_2^r , punctul de lucru ajungând în punctul C, viteza unghiulară trecând de la ω_1 la ω_3 . Modificarea vitezei unghiulare în limite așa de largi influențează negativ funcționarea agregatului, parametrii de lucru ai acestuia modificându-se.

Astfel, schimbarea caracteristicilor mecanice motoare la un generator de curent, acționat de un motor cu ardere internă, racordat la consumatori trebuie făcută în cazul intrării sau scoaterii unor consumatori care duc la modificarea caracteristicii mecanice rezistente. Reguletoarele au rolul de a modifica caracteristica motoare în așa fel încât, viteza nominală sau apropiată de aceasta (figura 5.17.a.).

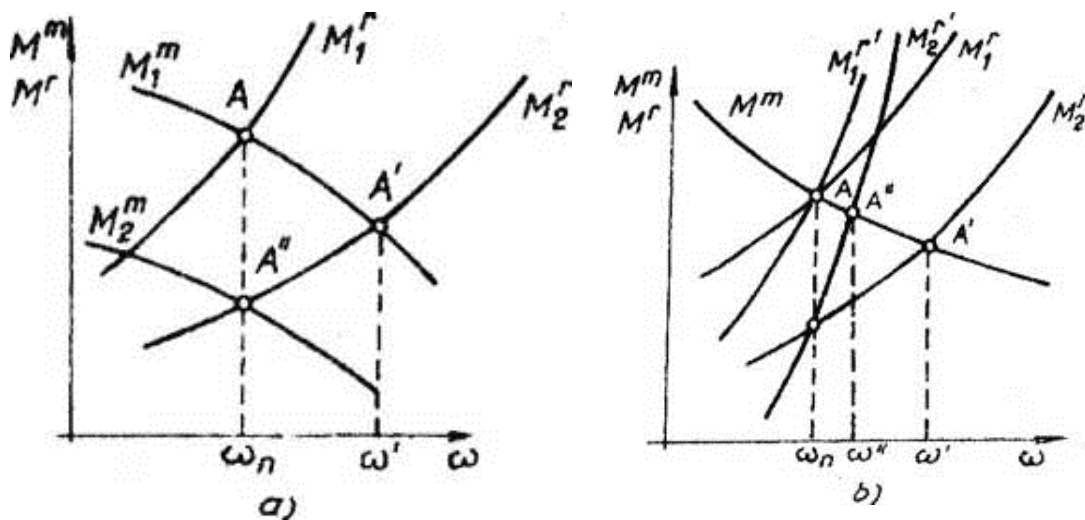


Figura 5.17.

Modificarea cuplului rezistent atrage după sine schimbarea punctului de lucru din A în A' (ω_n în ω'). Pentru menținerea vitezei unghiulare ω va fi nevoie de modificarea caracteristicilor mecanice cu ajutorul unui regulator, aducând punctul de lucru în A'' .

Presupunând caracteristica motoare neschimbată (figura 5.17.b), în lipsa unui moderator, cuplul rezistent va varia între M_1^r și M_2^r . În prezența moderatorului, cuplul rezistent va oscila între M_1^r și M_2^r și, aducând punctul de lucru din A' în A'' și corespunzător, viteza unghiulară ω va atinge valoarea ω' mult mai apropiată de valoarea inițială ω_n .

Regulatele sunt necesare la agregatele care au caracteristica mecanică în descrescătoare. La acele agregate la care caracteristica motoare este brusc descrescătoare (cazul porțiunii de lucru a caracteristicilor motoarelor electrice asincrone) modificarea caracteristicilor rezistente nu duce la modificări sensibile ale vitezelor unghiulare, regulatele nefiind necesare (figura 5.18.).

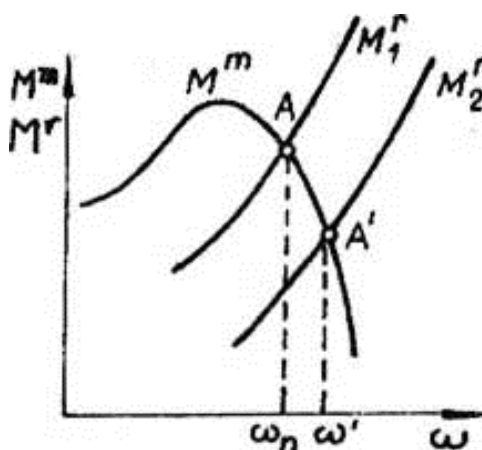


Figura 5.18.

În general, restabilirea echilibrului dintre cuplul motor și cel rezistent se face printr-un sistem de reglare automată. În principiu un sistem de reglare automată este compus din regulatorul care sesizează variațiile dinamice și le transformă în semnal de comandă și

sistemul de execuție care preia semnalul de comandă și acționează asupra admisiei mașinii motoare.

Schema de acționare a unei mașini de lucru este prezentată în figura 5.19. Mașina de lucru (ML) și mașina motoare (UM) sunt cuplate cu ajutorul unui arbore pe care este montat traductorul (1), care măsoară viteza unghiulară și o transmite regulatorului (2). Acesta prelucrează informația primită, comparînd-o cu mărimea de referință și emite un semnal de comandă unui amplificator 3, în cazul în care există diferență între cele două valori. Semnalul de comandă este preluat de sistemul de admisie al mașinii motoare care va modifica debitul sursei energetice 4.

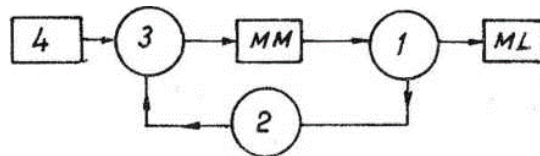


Figura 5.19.

Dacă regulatorul se leagă direct de elementul de execuție reglarea este directă, iar dacă întră regulator și sistemul de execuție se interpune un amplificator, reglarea este indirectă.

După tipul traductorului se disting regulatoare cu traductoare mecanice, electrice, hidraulice și pneumatice. În figura 5.20.a. este prezentată schema reglării vitezei unghiulare a arborelui unui motor cu ardere internă care, acționează un generator de curent continuu care generează o tensiune U proporțională cu viteza unghiulară a arborelui mașinii motoare). Una din bornele tahogeneratorului este legată la amplificatorul 2, iar cealaltă la potențiometrul 3 care, se află sub acțiunea tensiunii electrice din rețea U_r . În urma unui astfel de montaj, în amplificator se induce diferența de tensiuni $U - U_r$. Potențiometrul este reglat în așa fel, încât la o anumită turație, $U_r = U$. La modificarea vitezei unghiulare peste limitele admise, în urma modificării cuplurilor rezistente tensiunea U se modifică, astfel că în amplificator apare diferența de tensiuni $U - U_r$. Aceasta va modifica poziția miezului electromagnetului 4 care, va acționa la rândul lui, prin sistemul de pârghii 5, asupra clapetei 6 a sistemului de admisie.

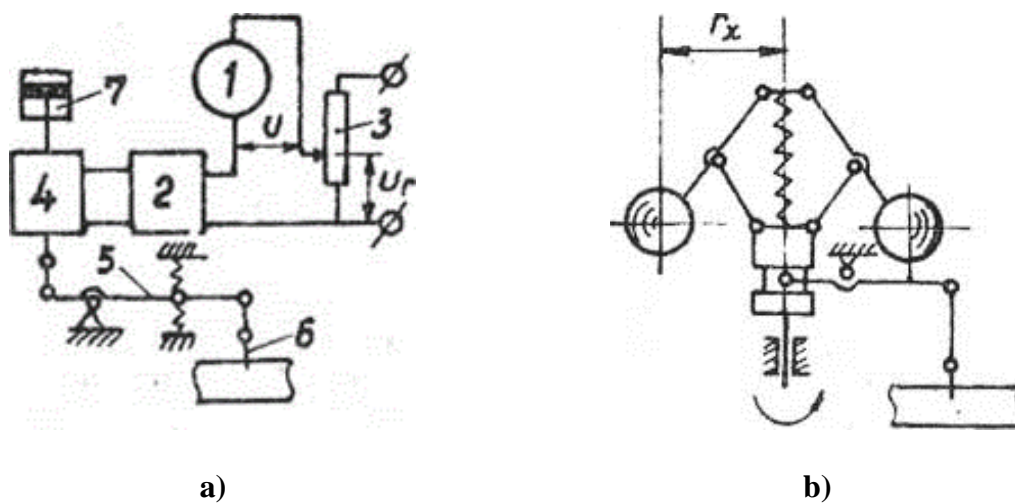


Figura 5.20.

În vederea limitării oscilațiilor miezului electromagnetului se folosește amortizorul 7. Câteodată, admisia combustibilului poate fi comandată de către un regulator cu greutate. La

schimbarea vitezei unghiulare, poziția radială a greutăților se modifică ducând la ridicarea sau coborârea cuplajului regulatorului care, va acționa printr-un sistem de pârghii asupra admisiei combustibilului (figura 5.20.b.).

Moderatoarele sunt sisteme de reglare automată care au rolul de a restabili echilibrul dintre cuplul rezistent cu cel motor, în jurul unei valori prescrise a vitezei unghiulare prin modificarea caracteristicii mecanice a cuplului rezistent. Echilibrul se realizează pe cale energetică, adică excesul de energie motoare, la un moment dat este consumat pentru învingerea unor forțe rezistente introduse de moderator cum ar fi: forțe de frecare sau forțe electromagnetice (contoare electrice, semnalizatoare etc.). Cel mai des utilizate în practică sunt moderatoarele cu frecare uscată. Un astfel de moderator (figura 5.21.) este compus din contragreutățile 1, saboții 2, tamburul 3 și arcul 4. Forțele centrifuge dezvoltate de contragreutăți provoacă apăsarea saboților pe suprafața interioară a tamburului și ca urmare frânarea elementului 5.

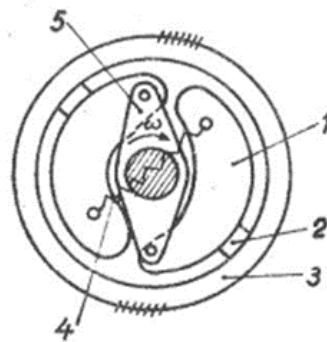


Figura 5.21.

BIBLIOGRAFIE

1. Atanasiu M. Mecanică tehnică. Ed. tehnică, București 1969;
2. Artobolevski, I.I. Teoria mehanizmov. Izd. Nauka, Moskva, 1965.
3. Buzdugan Gh., Blumenfeld, M. Calculul de rezistență al pieselor de mașini. Ed. tehnică, București, 1979.
4. Cheșa I, ș.a. Mărci și produse din oțel. Ed. tehnică, București 1989.
5. Crudu, I., Ștefănescu I., Paleghian L., Panțuru D. Atlas reductoare cu roți dințate, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1982.
6. Dunaev, P. P., Detail mașin. Izd. Vieveala Scola, Moskva, 1984.
7. Domșa, A. Materiale metalice în construcția de mașini și instalații. Bd. Dacia, Cluj-Napoca, 1981.
8. Duca C. Mecanisme I, P. Iași, 1983;
9. Deutsch, I. Rezistența materialelor, Ed. Did. și ped., București 1981.
10. Demian T., ș. a, Bazele proiectării aparatelor de mecanică fină Ed. tehnică, București, 1984.
11. Demian, T., ș. a. Mecanisme de mecanică fină. Ed. Did. și ped., București 1982.
12. Demian, T., Elementele constructive de mecanică fină, Ed. Did. și ped. București, 1976.
13. Gafițanu M., ș.a. Organe de mașini, Ed. tehnică, București, 1983,
14. Dudiță Fl., ș.a. Mecanisme cu bare articulate. Ed. tehnică, București 1989.
15. Randra-Luca V.» Stoioa I. Introducere în teoria meoanismelor Ed. Dacia, Cluj Napoca, 1982.
16. Horovitz B., ș.a. Transmisii și variatoare prin curele șilanturi. Ed. tehnică, București 1971.
17. Ivanov M.N. Detail mașin. Izd. Yîșșaiia Scola, Moskva, 1984.
18. Ionel, I. Acționarea electrică a turbomașinilor. Ed. tehnică, București 1980
19. Idițoiu, I. Elemente de inginerie mecanică și construcția utilajului chimic. I. P. Timișoara 1980.
20. Kraghelek1, I.V. Uzli trenla mașin. Mașinostroenie, Moskva, 1984.
21. Levitskaia, C. M. Levitski, N.I. Kurs teorii mehanimmov i mașin. Izd. Vîssala Soola Moskva, 1985.
22. Movain M. Machine design Ed. Mir, Moskva, 1975.
23. Manolescu N (coordonare) Manualul inginerului mecanic. Ed. tehnică, București 1977.
24. Manoleacu N, ș.a. Teoria mecanismelor și a mașinilor. Ed; Did. și ped. București 1972.
25. Mangeron D., Irimiciuc N. - Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie. Ed. tehnică, București, 1982.
26. Mocanu D.R. Rezistența materialelor. Ed Tehnică, București, 1980.
27. Maksymiuk J. Mecanismele aparatelor electrice de conectare; Ed. tehnică, București, 1976.
28. Olariu V., ș.a. Mecanică tehnică, Ed. tehnică, București, 1982.
29. Pelecudi C., ș.a. Macanisme. Ed. Did. și ped., București 1985.
30. Perju D. Mecanisme de mecanică fină. I.P. Timișoara 1986.
31. Popescu I. Proiectarea mecanismelor plane. Ed. Scrisul Românesc Craiova, 1977.
32. Popovici M. Mecanica tehnică, Ed. tehnică, București, 1980.
33. Paizi Gh. ș.a. Organe de mașini și mecanisme. Ed. Did. și ped. București, 1977

34. Palaghian L., Mecanisme și organe de mașini, Universitatea din Galați 1987
35. Pissarenko G., ș.a. Aide memoire de rezistanoe des materlaux. Ed. Mir, Moscou 1979
36. Posea N. Rezistența materialelor Ed. Did.și ped.VBucurești,1979.
37. Pavel A. Elemente de inginerie mecanică, Ed. Did.și ped., București 1981.
38. Pavelescu D., Tribologie. Ed. tehnică, București 1983.
39. Răduți C., Nicolescu E. Mașini electrice rotative fabricate în România, Ed. tehnică, București,1981.
40. Ripinnu A., ș.a. Mecanica tehnică. Ed. Did.și ped., București,1979.
41. Reșotov D.M, Detail Mașin. Ed. Mașinostroenie, Moskva, 1989;
42. Tudose I., ș.a, Rezistența materialelor, Ed. Did.și ped. București 1931.
43. Troscenkko V.F. Ustalosti matallov splovov Naukova Duma, Kiev, 1981.
44. Voinea R. Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie. Ed. Academiei București, 1989;
45. Koblonokii K.L. Osnovî proiectirovnnie navin Iz, Visania Soola, Moskva, 1985.